

基本電學 下



Basic Electricity

Chapter 9 基本交流電路

9-1 *RLC* 交流特性

9-5 *RC* 並聯電路

9-2 *RC* 串聯電路

9-6 *RL* 並聯電路

9-3 *RL* 串聯電路

9-7 *RLC* 並聯電路

9-4 *RLC* 串聯電路

9-8 *RLC* 串並聯電路



9-1 RLC 交流特性

9-1.1 純電阻電路

電阻 (R) 為電路元件對流經電流所產生的阻力值。電阻為元件本身具有的物理特性，其阻值大小不受電源頻率 (f) 改變的影響，故電路上的電阻並不會造成波形或相位的改變。

1. 電壓與電流

如圖 9-1 所示之純電阻 (R) 電路，當接於 $v(t) = V_m \sin(\omega t)$ 之正弦波電壓源時，因電阻器端電壓 $v_R(t) = v(t)$ ，則依據歐姆定律，可求得電路電流 $i(t)$ 為：

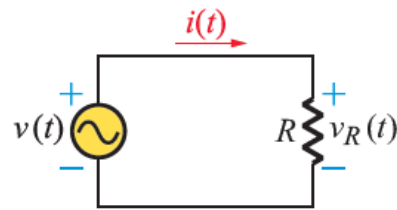


圖 9-1 純電阻電路

9-1 RLC 交流特性

註 交流電之電壓極性及電流流向，會隨時間不斷的正反交替，但為方便計算，在電路圖中仍會以電源送電的瞬間為基準，在電源與負載的兩端，標示出「+」、「-」極性及電流方向。

$$i(t) = \frac{v_R(t)}{R} = \frac{v(t)}{R} = \frac{V_m \sin(\omega t)}{R} = I_m \sin(\omega t) \quad (\text{安培, A})$$

公式
9-1

由公式(9-1)知，純電阻電路接於交流電源時的電流 $i(t)$ 與端電壓 $v_R(t)$ 波形，如圖9-2所示，由圖示知，其電壓與電流之大小及相位關係，是與直流電路時相同， $i(t)$ 與 $v_R(t)$ 係同相位。

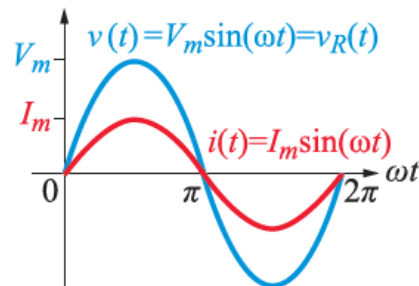


圖 9-2 純電阻電路之 $v(t)$ 與 $i(t)$ 波形圖

9-1 *RLC* 交流特性

交流電路在分析與計算時，通常將正弦波方程式簡化成相量式表示，即電源電壓為 $v(t) = V_m \sin(\omega t)$ 時，其相量式為：

$$\bar{V} = V \angle \theta_v = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ = V \angle 0^\circ \quad (\text{伏特, V})$$

公式
9-2

則電路電流 (\bar{I}) 為：

$$\bar{I} = I \angle \theta_i = \frac{\bar{V}_R}{R} = \frac{\bar{V}}{R} = \frac{V \angle 0^\circ}{R \angle 0^\circ} = \frac{V}{R} \angle 0^\circ = I \angle 0^\circ \quad (\text{安培, A})$$

公式
9-3

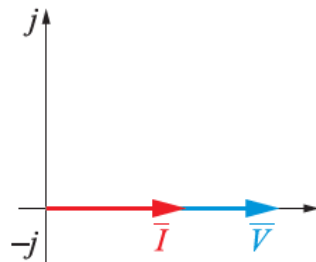
9-1 RLC 交流特性

由公式 (9-2) 及公式 (9-3) 知，純電阻電路的 $\bar{V}-\bar{I}$ 相位差 (θ) 為：

$$\theta = \theta_i - \theta_v = 0^\circ - 0^\circ = 0^\circ \quad (\text{度}, ^\circ)$$

公式
9-4

純電阻電路的 $\bar{V}-\bar{I}$ 相量關係，如圖 9-3 所示， \bar{I} 與 \bar{V} 同相位。



\bar{I} 與 \bar{V} 同相位

圖 9-3 純電阻電路之 $\bar{V}-\bar{I}$ 相量圖

9-1 *RLC* 交流特性

2. 阻抗

交流電路將電源電壓 (\bar{V}) 與電源電流 (\bar{I}) 的比值，定義為阻抗 (**impedance**, \bar{Z})，意義上為電路元件阻止交流電流的量度值。純電阻電路的阻抗 (\bar{Z}) 為：

$$\bar{Z} = Z \angle \theta_z = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \frac{V \angle 0^\circ}{I \angle 0^\circ} = R \angle 0^\circ = R \quad (\text{歐姆}, \Omega)$$

公式
9-5

9-1 RLC 交流特性

由公式 (9-5) 知，電阻的相量式為 $R \angle 0^\circ$ ，阻抗角 $\theta_Z = 0^\circ$ ，為一正實數，在複數平面的直角座標上，如圖 9-4 所示，係位於正實數軸上。

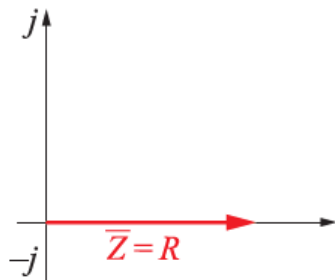


圖 9-4 純電阻電路阻抗圖

9-1 RLC 交流特性

例題 9-1 純電阻電路

如右圖所示之純電阻電路，設電阻 $R = 20 \Omega$ ，加上的電源電壓為 $v(t) = 100 \sqrt{2} \sin(\omega t + 30^\circ) \text{ V}$ ，試求該電路之

(1) \bar{Z} (2) $i(t)$ (3) \bar{I} (4) $\bar{V} - \bar{I}$ 相量圖。

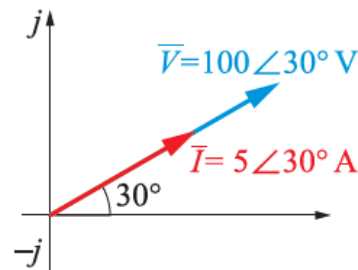
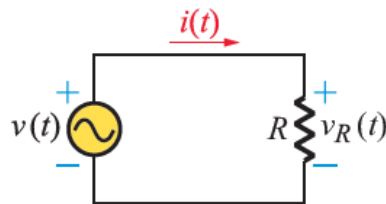
解
$$\bar{V} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \angle \theta_v = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \angle 30^\circ = 100 \angle 30^\circ \text{ V}$$

(1) $\bar{Z} = R \angle 0^\circ = 20 \angle 0^\circ \Omega$

(2)
$$i(t) = \frac{v(t)}{R} = \frac{100\sqrt{2} \sin(\omega t + 30^\circ)}{20} = 5\sqrt{2} \sin(\omega t + 30^\circ) \text{ A}$$

(3)
$$\bar{I} = I \angle \theta_i = \frac{\bar{V}}{R} = \frac{100 \angle 30^\circ}{20 \angle 0^\circ} = 5 \angle 30^\circ \text{ A}$$

(4) 純電阻電路的 \bar{I} 與 \bar{V} 同相位，相量關係如右圖所示。



9-1 RLC 交流特性

9-1.2 純電容電路

如圖 9-5 所示之純電容 (C) 電路，當接於 $v(t) = V_m \sin(\omega t)$ 之正弦波電壓源時，因電容器端電壓 $v_C(t) = v(t)$ ，則電路電流為 $i(t)$ ：

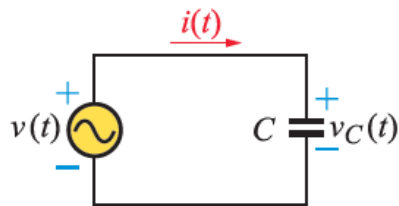


圖 9-5 純電容電路

$$i(t) = \frac{dQ}{dt} = \frac{Cdv_C(t)}{dt} = \frac{Cdv(t)}{dt} \cong C \frac{\Delta v(t)}{\Delta t} \quad (\text{安培, A})$$

公式
9-6

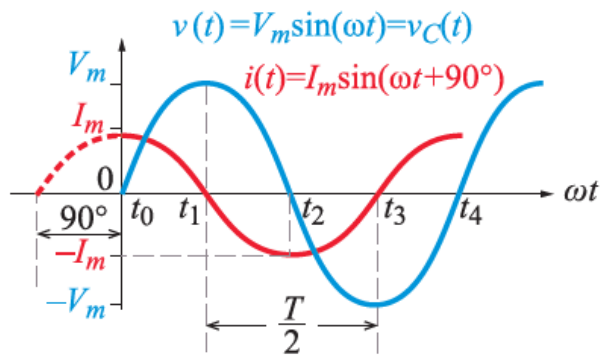
註 電容儲存之電荷 $Q = Cv_C(t)$

9-1 RLC 交流特性

1. 電壓與電流

由公式 (9-6) 知，流經電容器的電流 $i(t)$ ，係隨電容端電壓的時間變動率 $\left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)$ 而改變。故電容器加入 $v(t)$ 時，電路電流 $i(t)$ 的波形變化會如圖 9-6 所示。

9-1 RLC 交流特性



$$1. t = t_0 = 0, \frac{\Delta v}{\Delta t} = +\max,$$

$$\therefore i(t) = I_m.$$

$$2. t = t_1, \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0, \therefore i(t) = 0.$$

$$3. t = t_2, \frac{\Delta v}{\Delta t} = -\max,$$

$$\therefore i(t) = -I_m.$$

$$4. t = t_3, \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0, \therefore i(t) = 0.$$

5. $t = t_4 = 0$ 時, $i(t)$ 又重複循環 $t_0 \sim t_3$ 之狀態。

註：max (最大值)

圖 9-6 純電容電路之 $v(t)$ 與 $i(t)$ 波形圖

9-1 RLC 交流特性

由圖 9-6 可看出，純電容電路接於 $v(t) = V_m \sin(\omega t)$ 之正弦波電壓源時，電路電流 $i(t)$ 亦為正弦波，且 $i(t)$ 會超前 $v(t)$ 90° 相位角，即：

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + 90^\circ) = I_m \cos(\omega t) \quad (\text{安培, A})$$

公式
9-7

公式 (9-7) 改以相量式表示，在設定 $\bar{V} = V \angle \theta_v = V \angle 0^\circ$ 時，則為：

$$\bar{I} = I \angle \theta_i = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \angle 90^\circ = I \angle 90^\circ \quad (\text{安培, A})$$

公式
9-8

9-1 RLC 交流特性

由公式 (9-8) 知，純電容電路的 \bar{V} 與 \bar{I} 相位差 (θ) 為：

$$\theta = \theta_i - \theta_v = 90^\circ - 0^\circ = 90^\circ \quad (\text{度}, ^\circ)$$

公式
9-9

純電容交流電路之 $\bar{V} - \bar{I}$ 相量關係，
如圖 9-7 所示， \bar{I} 會超前 \bar{V} 90° 。

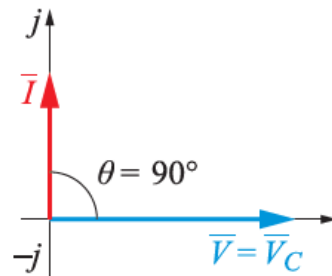


圖 9-7 純電容電路之 $\bar{V} - \bar{I}$ 相量圖

9-1 RLC 交流特性

2. 阻抗

由圖 9-7 知，純電容電路依據歐姆定律，可得電路阻抗 (\bar{Z}) 為：

$$\bar{Z} = Z \angle \theta_z = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \frac{V \angle 0^\circ}{I \angle 90^\circ} = X_C \angle -90^\circ = -jX_C \quad (\text{歐姆}, \Omega)$$

公式
9-10

由公式 (9-10) 知，純電容電路的阻抗為 $X_C \angle -90^\circ$ ，阻抗角為 $\theta_z = -90^\circ$ ，該阻抗為電容器對正弦波電流所產生的阻力，稱為電容抗 (capacitive reactance, $-jX_C$)，單位亦為歐姆 (Ω)，在複數平面之直角座標上，如圖 9-8 所示，係位於負虛數軸 ($-j$) 上。

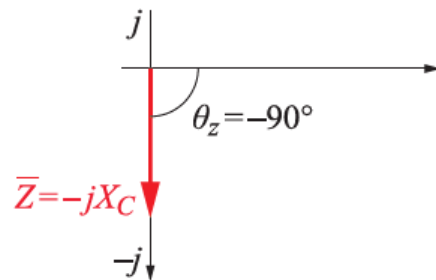


圖 9-8 純電容電路阻抗圖

9-1 RLC 交流特性

由圖9-6所示之正弦波電壓 $v(t)$ 的變化，可看出 $v(t)$ 由 $+V_m$ 變化到 $-V_m$ ，係經歷半個週期的時間 $(\frac{T}{2})$ ，則電壓的平均時間變動率 $(\frac{\Delta v}{\Delta t})$ 為：

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{V_m - (-V_m)}{\frac{T}{2}} = \frac{4V_m}{T} = 4fV_m$$

流經電容器之平均電流 (I_{av}) ，係與電容量 (C) 及端電壓的平均時間變動率 $(\frac{\Delta v}{\Delta t})$ 成正比，為：

$$I_{av} = C \frac{\Delta v}{\Delta t} = 4fCV_m$$

9-1 *RLC* 交流特性

因正弦波電流的最大值 $I_m = \frac{\pi}{2} I_{av}$ ，則：

$$I_m = \frac{\pi}{2} \times 4fCV_m = 2\pi fCV_m$$

依歐姆定律得知，電容抗 (X_C) 為：

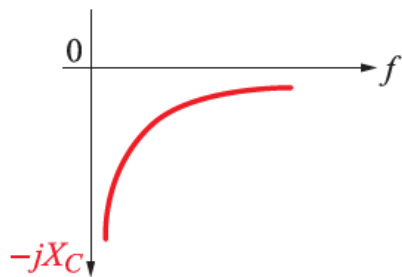
$$X_C = \frac{V_m}{I_m} = \frac{V_m}{2\pi fCV_m} = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{\omega C} \quad (\text{歐姆}, \Omega)$$

公式
9-11

註 $\omega = 2\pi f$

9-1 RLC 交流特性

發現：由公式 (9-11) 知，電容抗的大小除與電容量 (C) 成反比外，亦與電源頻率 (f) 成反比， X_C 與 f 之關係，如圖 9-9 所示。



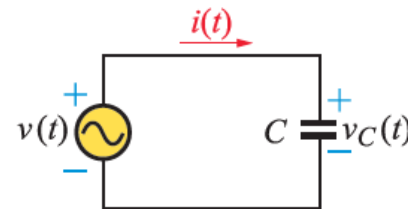
1. f 愈高， X_C 愈小
2. f 愈低， X_C 愈大
3. $f=0$ (直流)， $X_C = \infty$ (開路)
4. $f \cong \infty$ (無限大)， $X_C \cong 0$ (短路)

圖 9-9 X_C 與 f 成反比

9-1 RLC 交流特性

例題 9-2 純電容電路

如右圖所示之純電容交流電路，已知電源電壓 $v(t) = 10\sqrt{2}\sin(500t+60^\circ)$ V，電容量 $C = 200\mu\text{F}$ ，試求該電路之 (1) \bar{Z} (2) \bar{I} (3) \bar{V}_C (4) $\bar{V} - \bar{I}$ 相量圖。



解 $\bar{V} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \angle \theta_v = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \angle 60^\circ = 10 \angle 60^\circ \text{ V}$ ， $\omega = 500 \text{ rad/s}$

$$(1) \bar{Z} = X_C \angle -90^\circ = \frac{1}{\omega C} \angle -90^\circ$$

$$= \frac{1}{500 \times 200 \times 10^{-6}} \angle -90^\circ = 10 \angle -90^\circ \Omega$$

9-1 RLC 交流特性

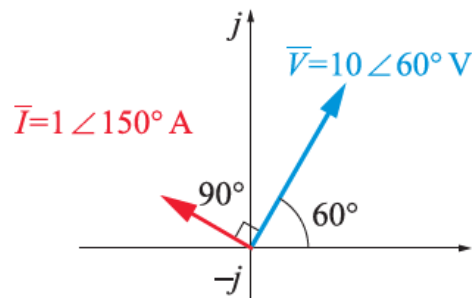
解 (2) $\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}} = \frac{10 \angle 60^\circ}{10 \angle -90^\circ} = 1 \angle 150^\circ \text{ A}$

(3) $\bar{V}_C = \bar{V} = 10 \angle 60^\circ \text{ V}$,

或 $\bar{V}_C = \bar{I} (-jX_C) = 1 \angle 150^\circ \times 10 \angle -90^\circ = 10 \angle 60^\circ \text{ V}$

(4) 純電容電路的 \bar{I} 超前 \bar{V} 90° ,

相量關係如右圖所示。



9-1 RLC 交流特性

9-1.3 純電感電路

如圖 9-10 所示之純電感 (L) 電路，當接於正弦波電壓源 $v(t)$ 時，設電路電流 $i(t) = I_m \sin(\omega t - 90^\circ)$ ，因電感器端電壓 $v_L(t) = v(t)$ ，則依據法拉第及楞次定律，得知電感器的感應電壓 $v_L(t)$ 為：

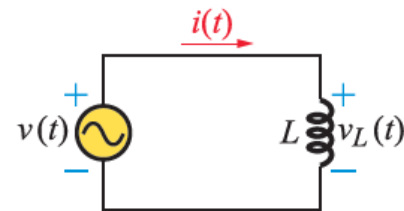


圖 9-10 純電感電路

$$v_L(t) = v(t) = L \frac{di(t)}{dt} \cong L \frac{\Delta i(t)}{\Delta t} \quad (\text{伏特, V})$$

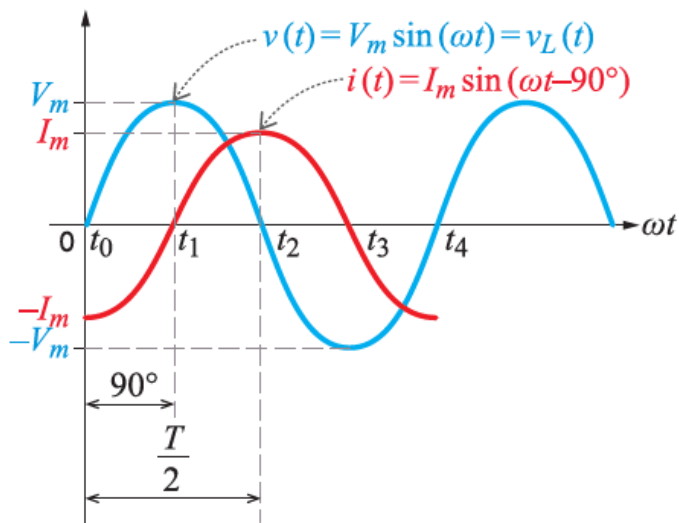
公式
9-12

9-1 RLC 交流特性

1. 電壓與電流

由公式 (9-12) 知，電感器的感應電壓 $v_L(t)$ ，係隨電路電流的時間變動率 $\left(\frac{\Delta i}{\Delta t}\right)$ 而改變，故電感器流經 $i(t)$ 時，所感應的 $v_L(t)$ 波形，會如圖 9-11 所示。

9-1 RLC 交流特性



$$1. t = t_0 = 0, \frac{\Delta i}{\Delta t} = 0,$$

$$\therefore v_L(t) = 0。$$

$$2. t = t_1, \frac{\Delta i}{\Delta t} = +\max, \therefore v_L(t) = V_m。$$

$$3. t = t_2, \frac{\Delta i}{\Delta t} = 0,$$

$$\therefore v_L(t) = 0。$$

$$4. t = t_3, \frac{\Delta i}{\Delta t} = -\max, \therefore v_L(t) = -V_m。$$

$$5. t = t_4 = 0 \text{ 時, 又重複循環 } t_0 \sim t_3 \text{ 之狀態。}$$

註：max (最大值)

圖 9-11 純電感電路之 $v(t)$ 與 $i(t)$ 波形圖

9-1 RLC 交流特性

由圖 9-11 可看出，純電感交流電路於流經 $i(t) = I_m \sin(\omega t - 90^\circ)$ 之電路電流時，電感器端電壓 $v_L(t)$ 的波形亦為正弦波，且 $i(t)$ 會落後 $v_L(t)$ 90° 相位角，即：

$$v_L(t) = v(t) = V_m \sin(\omega t) \quad (\text{伏特, V})$$

公式
9-13

電流電路 $i(t)$ 改以相量式表示，在設定 $\bar{V}_L = \bar{V} = V \angle \theta_v = V \angle 0^\circ$ 時，則為：

$$\bar{I} = I \angle \theta_i = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \angle -90^\circ = I \angle -90^\circ \quad (\text{安培, A})$$

公式
9-14

9-1 RLC 交流特性

由公式 (9-14) 知，純電感電路的 \bar{V} 與 \bar{I} 相位差 (θ) 為：

$$\theta = \theta_i - \theta_v = (-90^\circ) - 0^\circ = -90^\circ \quad (\text{度}, ^\circ)$$

公式
9-15

純電感交流電路之 $\bar{V} - \bar{I}$ 相量關係，如圖 9-12 所示。
 \bar{I} 會落後 \bar{V} 90° 。

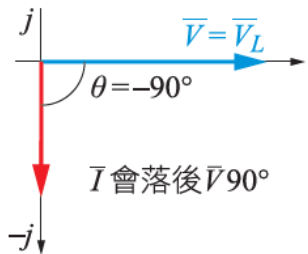


圖 9-12 純電感電路之 $\bar{V} - \bar{I}$ 相量圖

9-1 RLC 交流特性

2. 阻 抗

由圖 9-12 知，純電感電路依據歐姆定律，可得電路阻抗 (\bar{Z}) 為：

$$\bar{Z} = Z \angle \theta_z = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \frac{V \angle 0^\circ}{I \angle -90^\circ} = X_L \angle 90^\circ = jX_L \quad (\text{歐姆}, \Omega)$$

公式
9-16

由公式 (9-16) 知，純電感電路的阻抗為 $X_L \angle 90^\circ$ ，阻抗角為 $\theta_z = 90^\circ$ ，該阻抗為電感器對正弦波電流所產生的阻力，稱為電感抗 (inductive reactance, jX_L)，在複數平面之直角座標上，如圖 9-13 所示，係位於正虛數軸 ($+j$) 上。

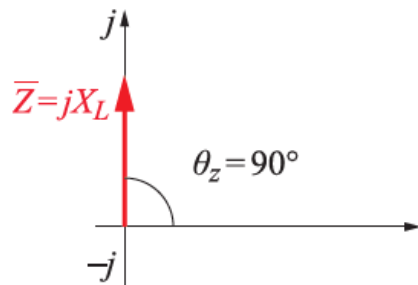


圖 9-13 純電感電路阻抗圖

9-1 *RLC* 交流特性

由圖 9-11 所示之正弦波電流 $i(t)$ 的變化，可看出 $i(t)$ 由 $+I_m$ 變化到 $-I_m$ ，係經歷半個週期時間 $(\frac{T}{2})$ ，則此電流的平均時間變動率 $(\frac{\Delta i}{\Delta t})$ 為：

$$\frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{I_m - (-I_m)}{\frac{T}{2}} = \frac{4I_m}{T} = 4fI_m$$

電感器之平均感應電勢 (V_{av})，係與電感量 (L) 及流經電流的平均時間變動率 $(\frac{\Delta i}{\Delta t})$ 成正比，為： $V_{av} = L \frac{\Delta i}{\Delta t} = 4fLI_m$

9-1 *RLC* 交流特性

因正弦波感應電勢的最大值 $V_m = \frac{\pi}{2} V_{av}$ ，則：

$$V_m = \frac{\pi}{2} \times 4fLI_m = 2\pi fLI_m$$

依歐姆定律知，電感抗 (X_L) 為：

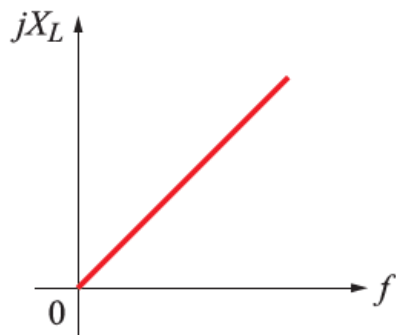
$$X_L = \frac{V_m}{I_m} = 2\pi fL = \omega L \quad (\text{歐姆}, \Omega)$$

公式
9-17

註 $\omega = 2\pi f$

9-1 RLC 交流特性

發現：由公式 (9-17) 知，電感抗的大小，除與電感量 (L) 成正比外，亦與電源頻率 (f) 成正比， X_L 與 f 之關係，如圖 9-14 所示。



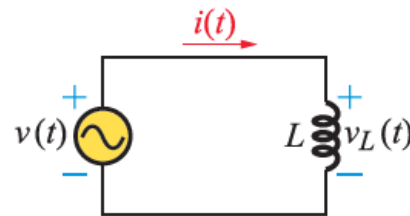
1. f 愈高， X_L 愈大
2. f 愈低， X_L 愈小
3. $f=0$ (直流)， $X_L = 0$ (短路)
4. $f \cong \infty$ ， $X_L \cong \infty$ (開路)

圖 9-14 X_L 與 f 成正比

9-1 RLC 交流特性

例題 9-3 純電感電路

如右圖所示之純電感電路，當接於正弦波電壓源 $v(t)$ 時，設流經電感器之電流 $i(t) = 10\sqrt{2} \sin(1000t + 30^\circ)$ A 之電流，若 $L = 50$ mH，試求該電路之：



(1) \bar{Z} (2) \bar{V} (3) $\bar{V} - \bar{I}$ 相量圖

(4) $t = 1$ ms 時的 $v_{(1 \text{ ms})}$ 。

解 $\bar{I} = I \angle \theta_i = 10 \angle 30^\circ$ A， $\omega = 1000$ rad/s

$$(1) \bar{Z} = X_L \angle 90^\circ = \omega L \angle 90^\circ = 1000 \times 50 \times 10^{-3} \angle 90^\circ = 50 \angle 90^\circ \Omega$$

$$(2) \bar{V} = V \angle \theta_v = \bar{I} (jX_L) = 10 \angle 30^\circ \times 50 \angle 90^\circ = 500 \angle 120^\circ \text{ V}$$

9-1 RLC 交流特性

解 (3) 純電感電路的 \bar{I} 落後 \bar{V} 90° ，相量關係如右圖所示：

$$(4) v(t) = 500\sqrt{2} \sin(1000t + 120^\circ) \text{ V},$$

則 $t = 1 \text{ ms}$ 時的為 $v(t)$ ：

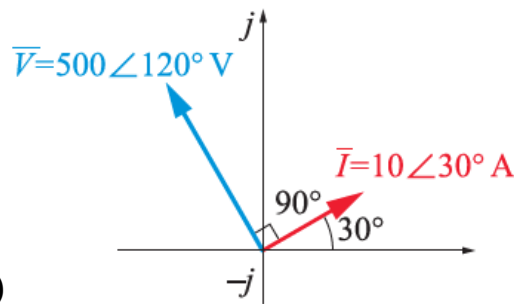
$$v_{(t=1 \text{ ms})} = 500\sqrt{2} \sin(1000t + 120^\circ)$$

$$= 500\sqrt{2} \sin(1000 \times 1 \times 10^{-3} + 120^\circ)$$

$$= 500\sqrt{2} \sin(1 \text{ rad} + 120^\circ)$$

$$= 500\sqrt{2} \sin(57.3^\circ + 120^\circ) \quad \because 1 \text{ rad} = \frac{360^\circ}{2\pi} = 57.3^\circ$$

$$= 500\sqrt{2} \sin(177.3^\circ) = 33.3 \text{ V}$$



9-2 RC 串聯電路

圖 9-15 為電阻器 (R) 與電容器 (C) 相串聯之電路，該電路之電阻值 (\bar{R}) 與電容抗 ($-jX_C$) 的相量關係，如圖 9-16 所示。

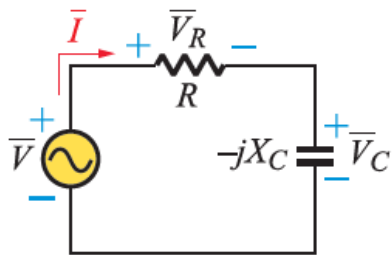


圖 9-15 RC 串聯電路

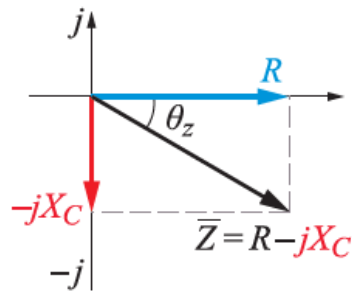


圖 9-16 RC 串聯電路阻抗圖

9-2 RC 串聯電路

9-2.1 阻 抗

由圖 9-16 所示之阻抗圖，得知 RC 串聯電路的總阻抗 (\bar{Z}) 為：

$$\bar{Z} = Z \angle \theta_z = R - jX_c = \sqrt{R^2 + X_c^2} \angle -\tan^{-1} \frac{X_c}{R} \quad (\text{歐姆}, \Omega)$$

公式
9-18

由公式 (9-18) 可知， RC 串聯電路的總阻抗 (Z) 大小及阻抗角 (θ_z) 為：

$$Z = \sqrt{R^2 + X_c^2} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2\pi fC}\right)^2} \quad (\text{歐姆}, \Omega)$$

公式
9-19

9-2 RC 串聯電路

$$\theta_Z = -\tan^{-1} \frac{X_C}{R} = -\tan^{-1} \frac{1}{2\pi fRC} \quad (\text{度}, ^\circ)$$

公式
9-20

發現：若已知總阻抗及阻抗角，亦可由圖 9-16 所示之阻抗三角關係，依據三角函數公式，求得電阻 (R) 與電容抗 (X_C) 的大小為：

$$R = Z \cos \theta_Z, \quad X_C = Z \sin \theta_Z$$

9-2 RC 串聯電路

9-2.2 電壓與電流

圖 9-15 之 RC 串聯電路，接於正弦波電壓源（ \bar{V} ）時，電路各元件會流經相同的電流（ \bar{I} ），依據歐姆定律，求得 \bar{I} 為：

$$\bar{I} = I \angle \theta_i = \frac{\bar{V}}{Z} = \frac{\bar{V}}{\sqrt{R^2 + X_C^2} \angle -\tan^{-1} \frac{X_C}{R}} = \bar{I}_R = \bar{I}_C \quad (\text{安培, A})$$

公式
9-21

9-2 RC 串聯電路

則 RC 串聯電路各元件之端電壓相量式，分別為：

1 電阻端電壓

$$\bar{V}_R = \bar{I} \bar{R} = I \angle \theta_i \times R \angle 0^\circ = V_R \angle \theta_i$$

公式
9-22

2 電容端電壓

$$\bar{V}_C = \bar{I} (-jX_C) = I \angle \theta_i \times X_C \angle -90^\circ = IX_C \angle (\theta_i - 90^\circ) = V_C \angle (\theta_i - 90^\circ)$$

公式
9-23

9-2 RC 串聯電路

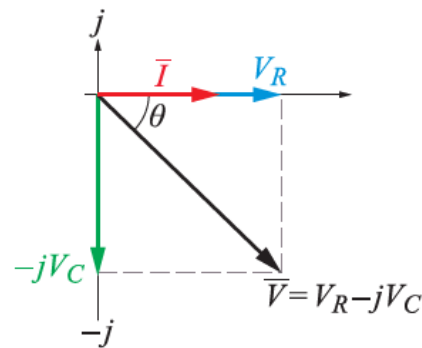
3 電源電壓：依據克希荷夫電壓定律（KVL）

$$\begin{aligned}\bar{V} &= V \angle \theta_v = \bar{V}_R + \bar{V}_C = \bar{I}R + \bar{I}(-jX_C) = \bar{I}(R - jX_C) \\ &= \bar{I}\bar{Z} = I \angle \theta_i \times Z \angle \theta_z = IZ \angle (\theta_i + \theta_z)\end{aligned}$$

公式
9-24

4 相量關係

串聯電路在繪製 $\bar{V}-\bar{I}$ 相量圖時，因 \bar{I} 為共同項，故以 \bar{I} 為基準相量，即設電路電流為 $\bar{I} = I \angle \theta_i = I \angle 0^\circ$ ，則 RC 串聯電路的端電壓與電流之相量關係，如圖 9-17 所示。



1. \bar{V}_R 與 \bar{I} 同相位
2. \bar{V}_C 落後 \bar{I} 90°
3. \bar{V} 落後 \bar{I} θ 角

圖 9-17 RC 串聯電路之 $\bar{V}-\bar{I}$ 相量圖

9-2 RC 串聯電路

圖 9-17 之 $\bar{V} - \bar{I}$ 相量圖為圖 9-16 之阻抗圖的各相量，同乘以電路電流 \bar{I} 而得，故兩圖的相角相等，即 **RC 串聯電路** 的 $\bar{V} - \bar{I}$ 相位差 (θ) 等於其阻抗角 (θ_z)， $|\theta|$ 的角度介於 $0^\circ \sim 90^\circ$ 之間。**RC 串聯電路** 因 \bar{V} 會落後 \bar{I} θ 相位角，而稱為**電容性電路**。依圖 9-17 之相量圖，可求得的電源電壓 (\bar{V}) 為：

$$\bar{V} = V \angle \theta_v = \bar{V}_R + \bar{V}_C = V_R - jV_C = \sqrt{V_R^2 + V_C^2} \angle -\tan^{-1} \frac{V_C}{V_R} \quad (\text{伏特, V})$$

公式
9-25

9-2 RC 串聯電路

由公式 (9-25) 可知，RC 串聯電路的電源電壓 (V) 大小及 $\bar{V} - \bar{I}$ 相位差 (θ) 為：

$$V = \sqrt{V_R^2 + V_C^2} \quad (\text{伏特, V})$$

公式
9-26

$$\theta = \theta_v - \theta_i = \theta_v = -\tan^{-1} \frac{V_C}{V_R} = -\tan^{-1} \frac{X_C}{R} = -\tan^{-1} \frac{1}{2\pi fRC} = \theta_z$$

(度, °)

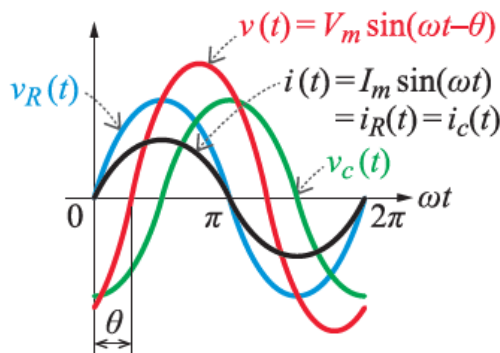
公式
9-27

9-2 RC 串聯電路

發現： RC 串聯電路若已知電源電壓及相位差，亦可由圖 9-17 所示之相量三角關係，依據三角函數公式，求得電阻端電壓 (V_R) 及電容端電壓 (V_C) 的大小為： $V_R = V \cos\theta$ ， $V_C = V \sin\theta$

5 波形圖

RC 串聯電路的電壓與電流之相量式，若改以正弦式表示，則波形如圖 9-18 所示：



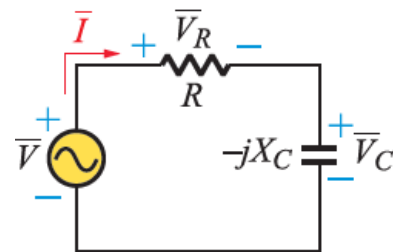
1. $v_R(t)$ 與 $i(t)$ 同相位
2. $v_C(t)$ 落後 $i(t)$ 90°
3. $v(t)$ 落後 $i(t)$ θ 角

圖 9-18 RC 串聯電路波形圖

9-2 RC 串聯電路

例題 9-4 RC 串聯電路

如右圖所示之 RC 串聯交流電路，若 $R=6\Omega$ ， $C=125\mu\text{F}$ ，當接於 $v(t) = 100\sqrt{2} \sin(1000t - 60^\circ) \text{V}$ 之電源電壓時，試求該電路之：(1) X_C (2) \bar{Z} (3) \bar{I} (4) $i(t)$ (5) \bar{V}_R (6) \bar{V}_C (7) $\bar{V} - \bar{I}$ 相位差 (θ) (8) \bar{V} 、 \bar{V}_R 、 \bar{V}_C 與 \bar{I} 相量圖。



解 $\bar{V} = V \angle \theta_v = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \angle -60^\circ = 100 \angle -60^\circ \text{V}$ ， $\omega = 1000 \text{ rad/s}$

$$(1) X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{1000 \times 125 \times 10^{-6}} = 8 \Omega$$

9-2 RC 串聯電路

解 (2) $\bar{Z} = R - jX_C = 6 - j8\Omega$ ，或

$$\bar{Z} = \sqrt{R^2 + X_C^2} \angle -\tan^{-1} \frac{X_C}{R} = \sqrt{6^2 + 8^2} \angle -\tan^{-1} \frac{8}{6} = 10 \angle -53.1^\circ \Omega$$

$$(3) \bar{I} = I \angle \theta_i = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}} = \frac{100 \angle -60^\circ}{10 \angle -53.1^\circ} = 10 \angle -6.9^\circ \text{ A}$$

$$(4) i(t) = I_m \sin(\omega t + \theta_i) = \sqrt{2} \times 10 \sin(1000t - 6.9^\circ) = 10\sqrt{2} \sin(1000t - 6.9^\circ) \text{ A}$$

$$(5) \bar{V}_R = \bar{I}R = 10 \angle -6.9^\circ \times 6 \angle 0^\circ = 60 \angle -6.9^\circ \text{ V}$$

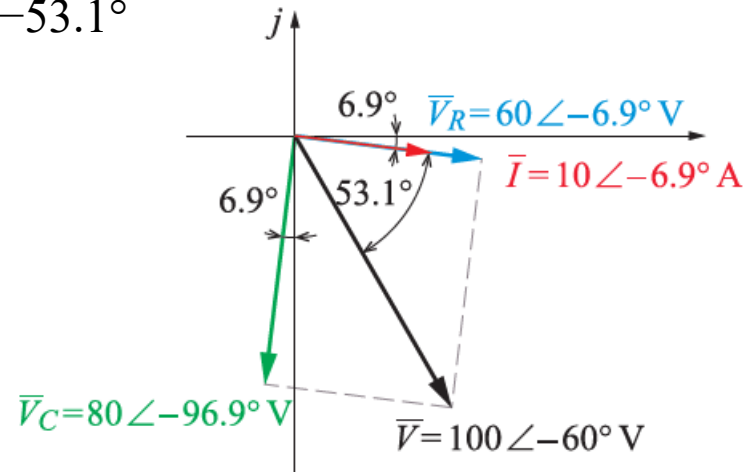
9-2 RC 串聯電路

解 (6) $\bar{V}_C = \bar{I} (-jX_C) = 10 \angle -6.9^\circ \times 8 \angle -90^\circ = 80 \angle -96.9^\circ \text{ V}$

(7) $\theta = \theta_v - \theta_i = -60^\circ - (-6.9^\circ) = -53.1^\circ$ (\bar{V} 落後 \bar{I})，或

$$\theta = \theta_Z = -\tan^{-1} \frac{X_C}{R} = -\tan^{-1} \frac{8}{6} = -53.1^\circ$$

(8) 相量關係如右圖所示。



9-3 RL 串聯電路

圖 9-19 為電阻器 (R) 與電感器 (L) 串聯之電路，該電路之電阻值 (\bar{R}) 與電感抗 (jX_L) 的相量關係，如圖 9-20 所示。

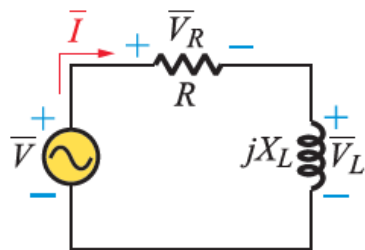


圖 9-19 RL 串聯電路

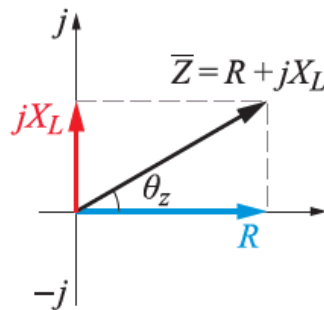


圖 9-20 RL 串聯電路阻抗圖

9-3 RL 串聯電路

9-3.1 阻 抗

由圖 9-20 所示之阻抗圖，得知 RL 串聯電路的總阻抗 (\bar{Z}) 為：

$$\bar{Z} = Z \angle \theta_Z = R + jX_L = \sqrt{R^2 + X_L^2} \angle \tan^{-1} \frac{X_L}{R} \quad (\text{歐姆}, \Omega)$$

公式
9-28

由公式 (9-28) 可知， RL 串聯電路的總阻抗 (Z) 大小及阻抗角 (θ_Z) 為：

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{R^2 + (2\pi fL)^2} \quad (\text{歐姆}, \Omega)$$

公式
9-29

9-3 RL 串聯電路

$$\theta_Z = \tan^{-1} \frac{X_L}{R} = \tan^{-1} \frac{2\pi fL}{R} \quad (\text{度}, ^\circ)$$

公式
9-30

發現： RL 串聯電路若已知總阻抗及及阻抗角，亦可由圖 9-20 所示之阻抗三角關係，依據三角函數公式，求得電阻 (R) 與電感抗 (X_L) 的大小為： $R = Z \cos\theta_Z$ ， $X_L = Z \sin\theta_Z$

9-3 RL 串聯電路

9-3.2 電壓與電流

圖 9-19 之 RL 串聯電路，接於正弦波電壓源（ \bar{V} ）時，電路各元件會流過相同的電路電流（ \bar{I} ），依據歐姆定律，求得 \bar{I} 為：

$$\bar{I} = I \angle \theta_i = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}} = \frac{\bar{V}}{\sqrt{R^2 + X_L^2} \angle \tan^{-1} \frac{X_L}{R}} = \bar{I}_R = \bar{I}_L \quad (\text{安培, A})$$

公式
9-31

則 RL 串聯電路各元件之端電壓相量式，分別為：

1 電阻端電壓

$$\bar{V}_R = \bar{I} \bar{R} = I \angle \theta_i \times R \angle 0^\circ = V_R \angle \theta_i$$

公式
9-32

9-3 RL 串聯電路

2 電感端電壓

$$\bar{V}_L = \bar{I}(jX_L) = I \angle \theta_i \times X_L \angle 90^\circ = IX_L \angle \theta_i + 90^\circ = V_L \angle \theta_i + 90^\circ$$

公式
9-33

3 電源電壓：依據克希荷夫電壓定律（KVL）

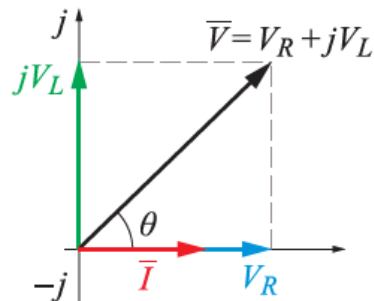
$$\begin{aligned}\bar{V} &= V \angle \theta_v = \bar{V}_R + \bar{V}_L = \bar{I} \bar{R} + \bar{I}(jX_L) = \bar{I}(R + jX_L) \\ &= \bar{I} \bar{Z} = I \angle \theta_i \times Z \angle \theta_z = IZ \angle \theta_i + \theta_z\end{aligned}$$

公式
9-34

9-3 RL 串聯電路

4 相量關係

串聯電路在繪製 $\bar{V}-\bar{I}$ 相量圖時，因 \bar{I} 為共同項，故以 \bar{I} 為基準相量，即設電路電流為 $\bar{I}=I\angle\theta_i=I\angle 0^\circ$ ，則 RL 串聯電路的端電壓與電流之相量關係，如圖 9-21 所示。



1. \bar{V}_R 與 \bar{I} 同相位
2. \bar{V}_L 超前 \bar{I} 90°
3. \bar{V} 超前 \bar{I} θ 角

圖 9-21 RL 串聯電路之 $\bar{V}-\bar{I}$ 相量圖

圖 9-21 之 $\bar{V}-\bar{I}$ 相量圖為圖 9-20 之阻抗圖的相量同乘以電路電流 \bar{I} 而得，故兩圖的相角相等，即 RL 串聯電路的 $\bar{V}-\bar{I}$ 相位差 (θ) 等於其阻抗角 (θ_Z)， $|\theta|$ 的角度介於 $0^\circ\sim 90^\circ$ 之間， RL 串聯電路因 \bar{V} 會超前 \bar{I} θ 相位角，而稱為電感性電路。依圖 9-21 之相量圖，可求得的電源電壓 (\bar{V}) 為：

9-3 RL 串聯電路

$$\bar{V} = V \angle \theta_v = \bar{V}_R + \bar{V}_L = V_R + jV_L = \sqrt{V_R^2 + V_L^2} \angle \tan^{-1} \frac{V_L}{V_R} \quad (\text{伏特, V})$$

公式
9-35

由公式 (9-35) 可知， RL 串聯電路的電源電壓 (V) 大小及 $\bar{V} - \bar{I}$ 相位差 (θ) 為：

$$V = \sqrt{V_R^2 + V_L^2} \quad (\text{伏特, V})$$

公式
9-36

9-3 RL 串聯電路

$$\theta = \theta_v - \theta_i = \theta_v = \tan^{-1} \frac{V_L}{V_R} = \tan^{-1} \frac{X_L}{R} = \tan^{-1} \frac{2\pi fL}{R} = \theta_z \quad (\text{度}, ^\circ)$$

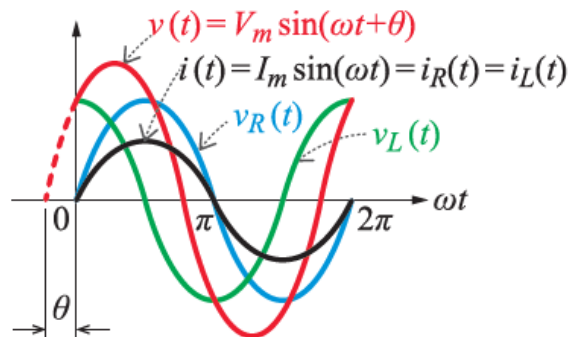
公式
9-37

發現： RL 串聯電路若已知電源電壓及相位差，亦可由圖 9-21 所示之相量三角關係，依據三角函數公式，求得電阻端電壓 (V_R) 及電感端電壓 (V_L) 的大小為： $V_R = V \cos\theta$ ， $V_L = V \sin\theta$

9-3 RL 串聯電路

5 波形圖

RL 串聯電路的電壓與電流之相量式，若改以正弦式表示，則波形如圖 9-22 所示：



1. $v_R(t)$ 與 $i(t)$ 同相位
2. $v_L(t)$ 超前 $i(t)$ 90°
3. $v(t)$ 超前 $i(t)$ θ 角

圖 9-22 RL 串聯電路波形圖

9-3 RL 串聯電路

例題 9-5 RL 串聯電路

有一 10 mH 之電感器與 10Ω 電阻器，串聯接於 $v(t) = 200 \sin(1000t + 60^\circ)$ V 之電源電壓，試求該電路之：(1) X_L (2) \bar{Z} (3) \bar{I} (4) $i(t)$ (5) \bar{V}_R (6) \bar{V}_L (7) $\bar{V} - \bar{I}$ 相位差 (θ) (8) \bar{V} 、 \bar{V}_R 、 \bar{V}_L 與 \bar{I} 之相量圖。

解 $\bar{V} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \angle \theta_v = \frac{200}{\sqrt{2}} \angle 60^\circ = 100\sqrt{2} \angle 60^\circ \text{ V}$ ， $\omega = 1000 \text{ rad/s}$

(1) $X_L = \omega L = 1000 \times 10 \times 10^{-3} = 10 \Omega$

(2) $\bar{Z} = R + jX_L = 10 + j10 \Omega$ ，或 $\bar{Z} = \sqrt{R^2 + X_L^2} \angle \tan^{-1} \frac{X_L}{R}$
 $= \sqrt{10^2 + 10^2} \angle \tan^{-1} \frac{10}{10} = 10\sqrt{2} \angle 45^\circ \Omega$

9-3 RL 串聯電路

解 (3) $\bar{I} = I \angle \theta_i = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}} = \frac{100\sqrt{2} \angle 60^\circ}{10\sqrt{2} \angle 45^\circ} = 10 \angle 15^\circ \text{ A}$

(4) $i(t) = I_m \sin(\omega t + \theta_i) = \sqrt{2} \times 10 \sin(1000t + 15^\circ)$
 $= 10\sqrt{2} \sin(1000t + 15^\circ) \text{ A}$

(5) $\bar{V}_R = \bar{I}\bar{R} = 10 \angle 15^\circ \times 10 \angle 0^\circ = 100 \angle 15^\circ \text{ A}$

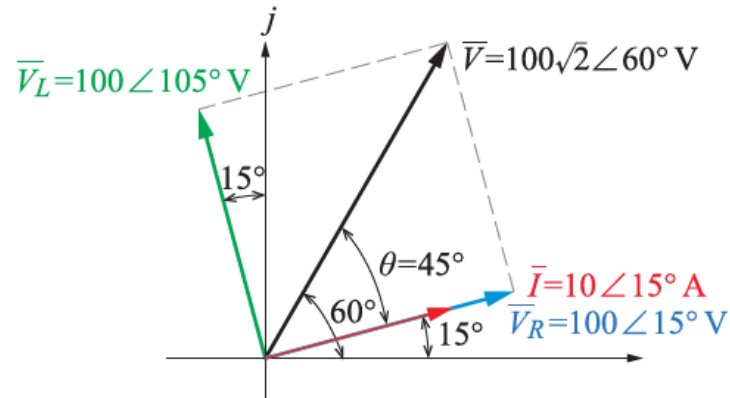
(6) $\bar{V}_L = \bar{I}(jX_L) = 10 \angle 15^\circ \times 10 \angle 90^\circ = 100 \angle 105^\circ \text{ V}$

9-3 RL 串聯電路

解 (7) $\theta = \theta_v - \theta_i = 60^\circ - 15^\circ = 45^\circ$ (\bar{V} 超前 \bar{I})，或

$$\theta = \theta_Z = \tan^{-1} \frac{X_L}{R} = \tan^{-1} \frac{10}{10} = 45^\circ$$

(8) 相量關係如右下圖所示。



9-4 RLC 串聯電路

圖 9-23 為 RLC 串聯電路，該電路之電阻值 (\bar{R})、電感抗 (jX_L) 及電容抗 ($-jX_C$) 的相量關係，如圖 9-24 所示。

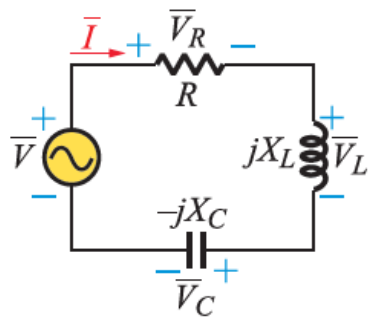


圖 9-23 RLC 串聯電路

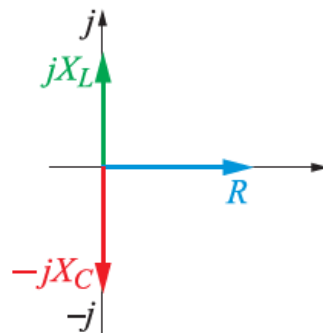


圖 9-24 RLC 串聯電路阻抗圖

9-4 RLC 串聯電路

9-4.1 阻 抗

由圖 9-24 所示之阻抗圖，得知 RLC 串聯電路的總阻抗 (\bar{Z}) 為：

$$\begin{aligned}\bar{Z} &= Z \angle \theta_Z = R + jX_L - jX_C = R + j(X_L - X_C) \quad (\text{歐姆}, \Omega) \\ &= \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \angle \tan^{-1} \frac{X_L - X_C}{R}\end{aligned}$$

公式
9-38

9-4 RLC 串聯電路

由公式 (9-38) 可知， RLC 串聯電路的總阻抗 (Z) 大小及阻抗角 (θ_Z) 為：

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}\right)^2} \quad (\text{歐姆}, \Omega)$$

公式
9-39

$$\theta_Z = \tan^{-1} \frac{X_L - X_C}{R} \quad (\text{度}, ^\circ)$$

公式
9-40

9-4 *RLC* 串聯電路

RLC 串聯電路，將電感抗 (jX_L) 與電容抗 ($-jX_C$) 的相量和，合稱為總電抗 (\bar{X})，其相量式為：

$$\bar{X} = jX_L - jX_C = j(X_L - X_C) \quad (\text{歐姆}, \Omega)$$

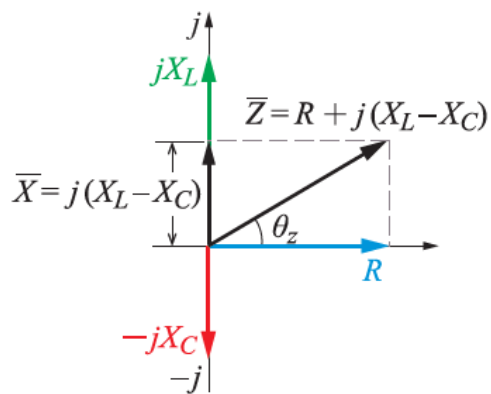
公式
9-41

9-4 RLC 串聯電路

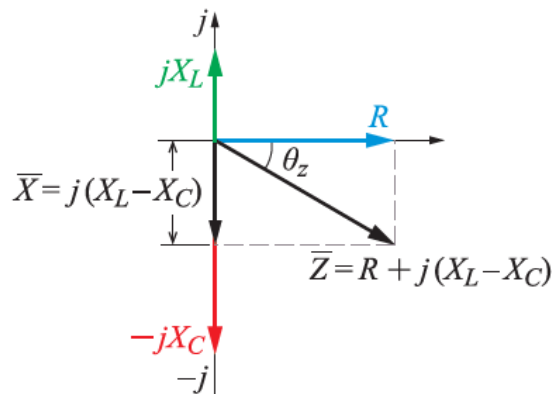
依電抗的相量關係，可分類如下：

- 1 $X_L > X_C$ 時，此時電抗值 (\bar{X}) 位於正虛數 ($+j$) 軸上，阻抗角 θ_Z 為正 (+) 值，串聯阻抗之相量關係，如圖 9-25(a) 所示。
- 2 當 $X_L < X_C$ 時，此時的電抗值 (\bar{X}) 位於負虛數 ($-j$) 軸上，阻抗角 θ_Z 為負 (-) 值，串聯阻抗之相量關係，如圖 9-25(b) 所示。
- 3 當 $X_L = X_C$ 時，此時電抗值 (\bar{X}) = 0，總阻抗 $Z = R$ ，阻抗角 $\theta_Z = 0^\circ$ ，串聯阻抗之相量關係，如圖 9-25(c) 所示。

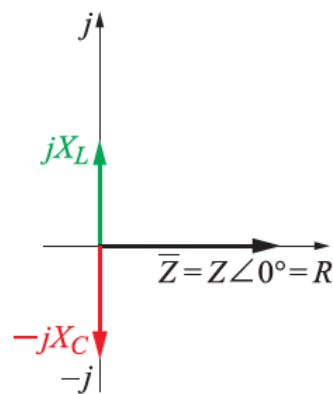
9-4 RLC 串聯電路



(a) $X_L > X_C$ (θ_z 為正角)



(b) $X_L < X_C$ (θ_z 為負角)



(c) $X_L = X_C$ ($\theta_z = 0^\circ$)

圖 9-25 RLC 串聯電路阻抗圖

發現： RLC 串聯電路若已知總阻抗及及阻抗角，亦可由圖 9-25 所示之阻抗三角關係，依據三角函數公式，求得電阻 (R) 與電抗 (X) 的大小為： $R = Z \cos\theta_z$ ， $X = X_L - X_C = Z \sin\theta_z$

9-4 RLC 串聯電路

9-4.2 電壓與電流

圖 9-23 之 RLC 串聯電路，接於正弦波電壓源（ \bar{V} ）時，電路各元件會流經相同的電路電流（ \bar{I} ），依據歐姆定律，求得 \bar{I} 為：

$$\bar{I} = I \angle \theta_i = \frac{\bar{V}}{Z} = \frac{\bar{V}}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \angle \tan^{-1} \frac{X_L - X_C}{R}} \quad (\text{安培, A})$$

$$= \bar{I}_R = \bar{I}_L = \bar{I}_C$$

公式
9-42

9-4 RLC 串聯電路

則 RLC 串聯電路各元件之端電壓相量式，分別為：

1 電阻端電壓

$$\bar{V}_R = \bar{I} \bar{R} = I \angle \theta_i \times R \angle 0^\circ = IR \angle \theta_i$$

公式
9-43

2 電感端電壓

$$\bar{V}_L = \bar{I} (jX_L) = I \angle \theta_i \times X_L \angle 90^\circ = IX_L \angle (\theta_i + 90^\circ)$$

公式
9-44

9-4 RLC 串聯電路

3 電容端電壓

$$\bar{V}_C = \bar{I}(-jX_C) = I \angle \theta_i \times X_C \angle -90^\circ = IX_C \angle (\theta_i - 90^\circ)$$

公式
9-45

4 電源電壓：依據克希荷夫電壓定律 (KVL)

$$\begin{aligned}\bar{V} &= V \angle \theta_v = \bar{V}_R + \bar{V}_L + \bar{V}_C = \bar{I}R + \bar{I}(jX_L) + \bar{I}(-jX_C) \\ &= \bar{I}[R + j(X_L - X_C)] = \bar{I}\bar{Z} = I \angle \theta_i \times Z \angle \theta_z = IZ \angle (\theta_i + \theta_z)\end{aligned}$$

公式
9-46

9-4 RLC 串聯電路

5 相量關係

串聯電路在繪製 $\bar{V}-\bar{I}$ 相量圖時，因 \bar{I} 為共同項，故分析電路時會以 \bar{I} 為基準相量，即設電路電流為 $\bar{I} = I \angle \theta_i = I \angle 0^\circ$ 。 **RLC 串聯電路**因其 \bar{V}_R 與 \bar{I} 同相位、 \bar{V}_L 超前 $\bar{I} 90^\circ$ 相位角、 \bar{V}_C 落後 $\bar{I} 90^\circ$ 相位角，則端電壓與電流的相量關係，如圖 9-26 所示。

9-4 RLC 串聯電路

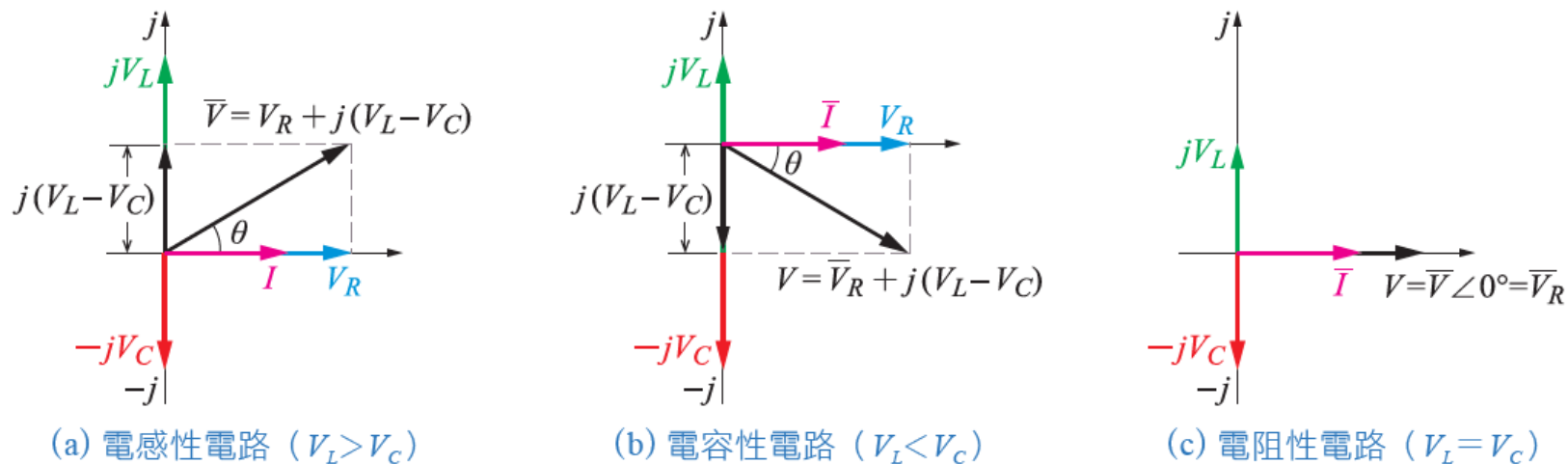


圖 9-26 RLC 串聯電路之 \bar{V} - \bar{I} 相量圖

9-4 RLC 串聯電路

圖 9-26 之 $\bar{V} - \bar{I}$ 相量圖為圖 9-25 之阻抗圖的各相量，同乘以電路電流 \bar{I} 而得，故兩圖的相角相等，即 RLC 串聯電路的 $\bar{V} - \bar{I}$ 相位差 (θ) 等於其阻抗角 (θ_z)， $|\theta|$ 的角度介於 $0^\circ \sim 90^\circ$ 之間。 RLC 串聯電路依圖 9-26 之相量圖，可求得的電源電壓 (\bar{V}) 為：

$$\begin{aligned}\bar{V} &= V \angle \theta_v = \bar{V}_R + \bar{V}_L + \bar{V}_C = V_R + j(V_L - V_C) \quad (\text{伏特, V}) \\ &= \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2} \angle \tan^{-1} \frac{V_L - V_C}{V_R}\end{aligned}$$

公式
9-47

9-4 RLC 串聯電路

由公式 (9-47) 可知， RLC 串聯電路的電源電壓 (V) 大小及 $\bar{V} - \bar{I}$ 相位差 (θ) 為：

$$V = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2} \quad (\text{伏特, V})$$

公式
9-48

$$\theta = \theta_v - \theta_i = \theta_v = \tan^{-1} \frac{V_L - V_C}{V_R} = \tan^{-1} \frac{X_L - X_C}{R} = \theta_z \quad (\text{度, } ^\circ)$$

公式
9-49

9-4 RLC 串聯電路

9-4.3 電路特性

RLC 串聯電路依電路元件的電抗值，可分類為：

1 電感性電路

指電抗值 $X_L > X_C$ ，因各元件流經相同的電路電流 (I)，則 $V_L > V_C$ ，若設定 $\bar{I} = I \angle 0^\circ$ ，則電路之電抗電壓 $j(V_L - V_C)$ 會位於相量圖的正虛數 ($+j$) 軸上，致使 \bar{V} 的相位會超前 \bar{I} θ 角， $\bar{V} - \bar{I}$ 相位差 (θ) 為正角，相量關係如圖 9-26(a) 所示，電路特性如同 RL 串聯電路。

9-4 RLC 串聯電路

2 電容性電路

指電抗值 $X_L < X_C$ ，因各元件流經相同的電路電流 (I)，則 $V_L < V_C$ ，若設定 $\bar{I} = I \angle 0^\circ$ ，則電路之電抗電壓 $j(V_L - V_C)$ 會位於相量圖的負虛數 ($-j$) 軸上，致使 \bar{V} 的相位會落後 \bar{I} θ 角， $\bar{V} - \bar{I}$ 相位差 (θ) 為負角，相量關係如圖 9-26(b) 所示，電路特性如同 RC 串聯電路。

9-4 RLC 串聯電路

3 電阻性電路

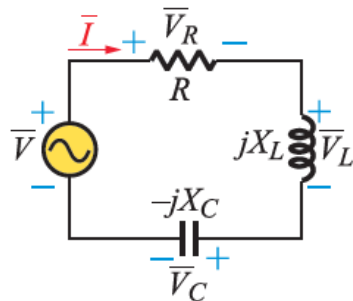
指電抗值 $X_L = X_C$ ，因各元件流經相同的電路電流 (I)，則 $V_L = V_C$ ，若設定 $\bar{I} = I \angle 0^\circ$ ，則電路之電抗電壓 $j(V_L - V_C) = 0$ ，致使 $\bar{V} = \bar{V}_R$ ，且 \bar{V} 與 \bar{I} 同相位， $\bar{V} - \bar{I}$ 相位差 $\theta = 0^\circ$ ，相量關係如圖 9-26(c) 所示，電路呈串聯諧振 (series resonance) 特性。

9-4 RLC 串聯電路

例題 9-6 RLC 串聯電路 (一)

如右圖所示之 RLC 串聯電路，若 $R = 8 \Omega$ 、 $L = 2 \text{ mH}$ 、 $C = 125 \mu\text{F}$ ，當接於 $v(t) = 100\sqrt{2} \sin(1000t) \text{ V}$ 之電源電壓時，試求該電路之：

- (1) \bar{Z} (2) \bar{I} (3) $i(t)$ (4) \bar{V}_R (5) \bar{V}_L (6) \bar{V}_C
 (7) $\bar{V} - \bar{I}$ 相位差 (θ) (8) \bar{V} 、 \bar{V}_R 、 \bar{V}_L 、 \bar{V}_C 與 \bar{I} 之相量圖。



解
$$\bar{V} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \angle \theta_v = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ = 100 \angle 0^\circ \text{ V}, \quad \omega = 1000 \text{ rad/s}$$

$$X_L = \omega L = 1000 \times 2 \times 10^{-3} = 2 \Omega, \quad X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{1000 \times 125 \times 10^{-6}} = 8 \Omega$$

9-4 RLC 串聯電路

解 (1) $\bar{Z} = R + j(X_L - X_C) = 8 + j(2 - 8) = 8 - j6 \Omega$ ，或

$$\bar{Z} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \angle \tan^{-1} \frac{X_L - X_C}{R}$$

$$= \sqrt{8^2 + (2 - 8)^2} \angle \tan^{-1} \frac{2 - 8}{8} = 10 \angle -36.9^\circ \Omega$$

$$(2) \bar{I} = I \angle \theta_i = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}} = \frac{100 \angle 0^\circ}{10 \angle -36.9^\circ} = 10 \angle 36.9^\circ \text{ A}$$

$$(3) i(t) = I_m \sin(\omega t + \theta_i) = \sqrt{2} \times 10 \sin(1000t + 36.9^\circ)$$

$$= 14.14 \sin(1000t + 36.9^\circ) \text{ A}$$

$$(4) \bar{V}_R = \bar{I} \bar{R} = 10 \angle 36.9^\circ \times 8 \angle 0^\circ = 80 \angle 36.9^\circ \text{ V}$$

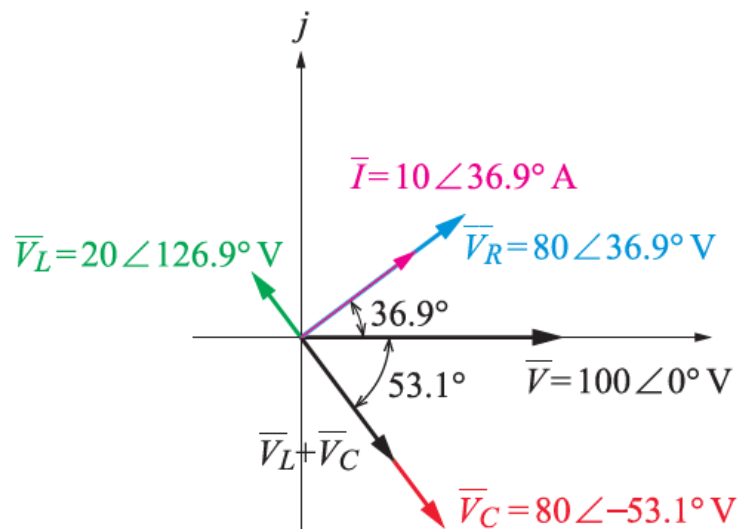
$$(5) \bar{V}_L = \bar{I} (jX_L) = 10 \angle 36.9^\circ \times 2 \angle 90^\circ = 20 \angle 126.9^\circ \text{ V}$$

9-4 RLC 串聯電路

解 (6) $\bar{V}_C = \bar{I} (-jX_C) = 10 \angle 36.9^\circ \times 2 \angle -90^\circ = 80 \angle -53.1^\circ \text{ V}$

(7) $\theta = \theta_v - \theta_i = 0^\circ - 36.9^\circ = -36.9^\circ$ (\bar{V} 落後 \bar{I} 為電容性電路)

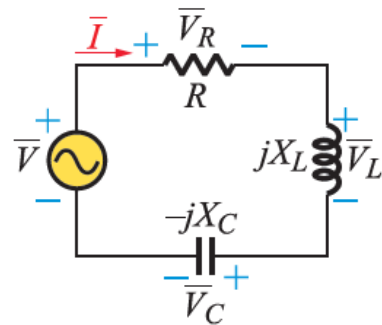
(8) 相量關係如右圖所示。



9-4 RLC 串聯電路

例題 9-7 串聯電路 (二)

如右圖所示之 RLC 串聯電路，若 $R = 9 \Omega$ 、 $X_C = 18 \Omega$ ，若已知電源電壓 $\bar{V} = 30 \angle 0^\circ \text{V}$ ，電路電流 $\bar{I} = 2 \angle 53.1^\circ \text{A}$ ，試求電感器之 (1) X_L (2) \bar{V}_L 為何？



解 $\bar{Z} = Z \angle \theta_Z = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \frac{30 \angle 0^\circ}{2 \angle 53.1^\circ} = 15 \angle -53.1^\circ \Omega$

$$(1) X = X_L - X_C = Z \sin \theta_Z = X_L - 18 = 15 \times \sin(-53.1^\circ) = -12$$

$$\therefore X_L = 6 \Omega$$

$$(2) \bar{V}_L = \bar{I}_L (jX_L) = \bar{I} (jX_L) = 2 \angle 53.1^\circ \times 6 \angle 90^\circ = 12 \angle 143.1^\circ \text{V} \circ$$

9-4 RLC 串聯電路

9-4.4 分壓定則

交流串聯電路因各元件流經相同的電路電流 (\bar{I})，依據歐姆定律 ($\bar{V} = \bar{I} \bar{Z}$)，得知某串聯元件從電源電壓 (\bar{V}) 分得的端電壓 (\bar{V}_x)，係正比於該元件的阻抗 (\bar{Z}_x) 佔串聯電路總阻抗 (\bar{Z}_T) 的比率，即：

$$\bar{V}_x = \bar{V} \left(\frac{\bar{Z}_x}{\bar{Z}_T} \right) \quad (\text{伏特, V})$$

公式

9-50

9-4 RLC 串聯電路

圖 9-27 所示之交流串聯電路，按分壓定則公式為：

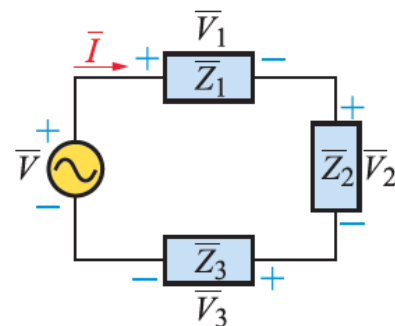


圖 9-27 交流串聯電路

$$\bar{V}_1 = \bar{I} \bar{Z}_1 = \bar{V} \left(\frac{\bar{Z}_1}{\bar{Z}_T} \right) = \bar{V} \left(\frac{\bar{Z}_1}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_3} \right) \quad (\text{伏特, V})$$

$$\bar{V}_2 = \bar{I} \bar{Z}_2 = \bar{V} \left(\frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_T} \right) = \bar{V} \left(\frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_3} \right)$$

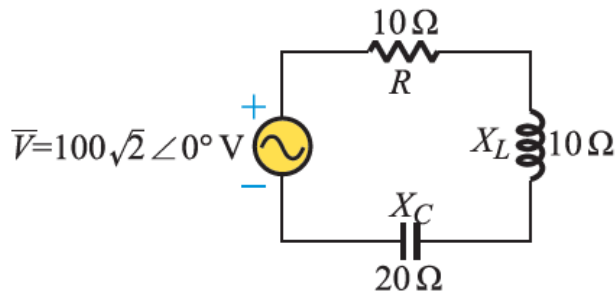
$$\bar{V}_3 = \bar{I} \bar{Z}_3 = \bar{V} \left(\frac{\bar{Z}_3}{\bar{Z}_T} \right) = \bar{V} \left(\frac{\bar{Z}_3}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_3} \right)$$

公式
9-51

9-4 RLC 串聯電路

例題 9-8 串聯電路之分壓定則

如右圖所示之 RLC 串聯交流電路，若 $R=10\Omega$ 、 $X_L=10\Omega$ 、 $X_C=20\Omega$ ，試求電感器兩端之電壓 \bar{V}_L 為何？



$$\begin{aligned}
 \text{解 } \bar{Z} &= \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \angle \tan^{-1} \frac{X_L - X_C}{R} \\
 &= \sqrt{10^2 + (10 - 20)^2} \angle \tan^{-1} \frac{10 - 20}{10} \\
 &= 10\sqrt{2} \angle -45^\circ \Omega
 \end{aligned}$$

$$\text{依串聯電路分壓定則：} \bar{V}_L = \bar{V} \times \frac{\bar{X}_L}{\bar{Z}} = 100\sqrt{2} \angle 0^\circ \times \frac{10 \angle 90^\circ}{10\sqrt{2} \angle -45^\circ} = 100 \angle 135^\circ \text{V}$$

9-4 RLC 串聯電路



省電燈泡

省電燈泡的發光原理與一般日光燈相同，都是螢光系燈具，係利用氣體放電所產生之紫外線，去照射燈管壁內的螢光粉而發光，有別於傳統鎢絲燈泡是以電流通過鎢絲線圈而發光。鎢絲燈泡的電能有九成會轉為熱能，只有一成在發光，因此省電燈泡較鎢絲燈泡省電。



圖 (1) 省電燈泡外型

9-4 *RLC* 串聯電路

省電燈泡的型式相當多，如圖(1)所示有螺旋型、U型及圓球型等。與長條式的日光燈管相比，因為要將燈管「擠短」，致發光效率會減損許多，尤其圓球型燈具因外加玻璃罩，發光效率更差、更耗電。燈管的省電比較，原則是「長的比短的好、直的比彎的好、細的比粗的好、透空比蓋住好」。又拿圓球型與螺旋型的省電燈泡來比較，如兩者發光亮度相同，但圓球型是在螺旋型的燈管外，再加一層玻璃外罩而成，會讓發光效率減損，故沒有玻璃罩的螺旋型比圓球型省電。另U型燈泡又比螺旋型的轉折少，致發光效率較高。

9-4 *RLC* 串聯電路

LED 燈

LED (light emitting diode) 燈發光原理如圖(2) 所示，將直流電源的正端接到 P 型半導體，負端接到 N 型半導體，即在 LED 半導體接上順向偏壓。在此順向偏壓下，電洞與電子分別由直流電源注入 P、N 兩端後，便會在 P/N 介面區域結合而發光，即電子由高能量狀態掉回低能量狀態與電洞結合時，會將能量以光的形式釋放出來，外部的直流電源會不斷地由 N 側注入（補充）電子，並由 P 側注入電洞，使得「電子、電洞結合而發光」的動作持續進行，這就是發光二極體的發光原理。

9-4 RLC 串聯電路

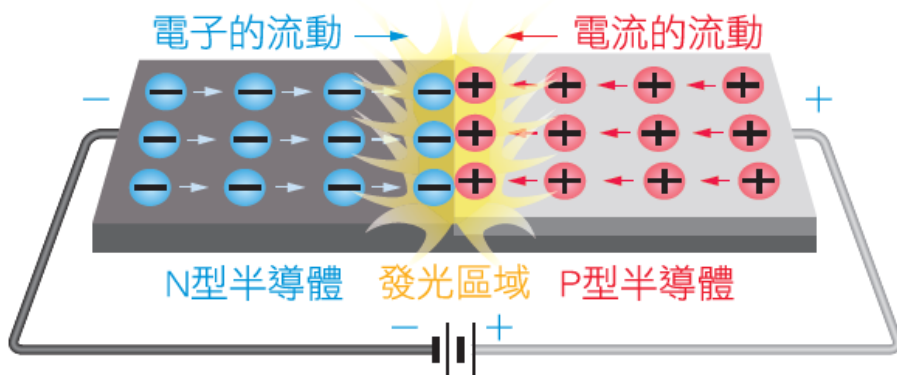


圖 (2) LED 發光原理

9-4 *RLC* 串聯電路

LED 燈會因為二極體晶圓在製造過程中，所添加金屬元素的成分或比例不同，而發出不同波長的光，波長在 470 nm 發藍光，在 530 nm 發綠光，在 570 nm 發黃光，在 630 nm 發紅光，其中又以藍光與綠光價格較高，因為藍綠光的特殊金屬在晶圓磊晶製造時，需成長在藍寶石上，故每顆藍綠光 LED 晶片都是由藍寶石製成。

LED 依其亮度可區分為三種，一般亮度的傳統 LED 主要由磷化鎵（GaP）、砷化鎵磷（GaAsP）等材料製成。高亮度的 LED 主要由鋁砷化鎵（AlGaAs）材料製成。以及超高亮度 LED 主要由磷化銦鎵鋁（InGaAlP）、銦氮化鎵（InGaN）等材料製成。

9-4 RLC 串聯電路



(a) 白光 LED



(b) 燈泡座外型

圖 (3) 白光 LED 燈

9-4 *RLC* 串聯電路

發光二極體本身只能發出單色光源，而自然界的白光光譜則是包含著各種顏色，所以 **LED** 不可能完全達到如自然光的效果。如圖(3)所示之白光發光二極體，是透過發出三顏色的單色光（藍、綠、紅），或以螢光劑把發光二極體發出的單色光轉化，使整體光譜成為含有三源色的光譜，刺激人眼感光細胞，使人有看見白光的感覺。

9-4 *RLC* 串聯電路

LED 燈的優點及應用場合如下：

1. 超亮點，顏色純。
2. 冷光，發熱度低，亮度衰減期較緩慢。
3. 省電及低消耗功率。
4. 可承受高衝擊力，極長的使用壽命，約 5 萬至 10 萬小時。
5. 不需暖燈、反應速度快，只需 1 微秒（ $1 \mu\text{S}$ ）。
6. 可設計出小型化、不同尺寸之高功率或高亮度的燈具。
7. 可作為含資訊之光源。常見應用如投影燈、舞台燈、室內照明、紅綠燈、汽車用燈、探照燈、手電筒、閃光燈、裝飾燈、顯示面板之背光源等。

9-5 RC 並聯電路

圖 9-28 為電阻器 (R) 與電容器 (C) 相並聯之電路， RC 並聯電路的阻抗公式為： $\frac{1}{\bar{Z}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{-jX_C}$ ，即阻抗：

$$\bar{Z} = \frac{R(-jX_C)}{R + (-jX_C)} = Z \angle \theta_z \quad (\text{歐姆}, \Omega)$$

公式
9-52

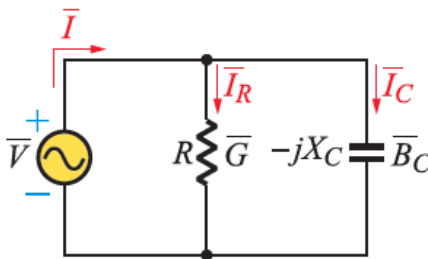


圖 9-28 RC 並聯電路

9-5 RC 並聯電路

9-5.1 導 納

由公式 (9-52) 知，並聯電路的總阻抗倒數等於所組成元件的阻抗倒數之和，因阻抗計算過程較繁複，通常將電阻值 (R)、電容抗 ($-jX_C$)、電感抗 (jX_L) 及阻抗 (\bar{Z}) 的倒數做以下定義，以簡化成串聯的計算形式，即定義：

$$\text{電 導 } \bar{G} = \frac{1}{R} = \frac{1}{R \angle 0^\circ} = G \angle 0^\circ = G \quad (\text{西門子, S})$$

公式
9-53

9-5 RC 並聯電路

電容納 $\bar{B}_C = \frac{1}{-jX_C} = \frac{1}{X_C \angle -90^\circ} = B_C \angle 90^\circ = jB_C$ (西門子, S)

公式
9-54

電感納 $\bar{B}_L = \frac{1}{jX_L} = \frac{1}{X_L \angle 90^\circ} = B_L \angle -90^\circ = -jB_L$ (西門子, S)

公式
9-55

導 納 $\bar{Y} = \frac{1}{Z} = \frac{1}{Z \angle \theta_Z} = Y \angle \theta_Y$ (西門子, S)

公式
9-56

9-5 RC 並聯電路

電導 (electrical conductance, \bar{G})、電容納 (capacitive susceptance, \bar{B}_C)、電感納 (inductive susceptance, \bar{B}_L) 及導納 (admittance, \bar{Y}) 的單位，皆為西門子 (siemens, S)，或稱為姆歐 (Ω)。導納 (\bar{Y}) 為阻抗 (\bar{Z}) 的倒數，若阻抗的大小是電路元件「抵抗」交流電流的量度值，則導納的大小是電路元件「傳導」交流電流的量度值，依據上述定義，則 RC 並聯電路的導納 (\bar{Y}) 公式為：

$$\begin{aligned}\bar{Y} &= Y \angle \theta_Y = \frac{1}{\bar{Z}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{-jX_C} = \bar{G} + \bar{B}_C = G + jB_C \quad (\text{西門子, S}) \\ &= \sqrt{G^2 + B_C^2} \angle \tan^{-1} \frac{B_C}{G}\end{aligned}$$

公式
9-57

9-5 RC 並聯電路

由公式 (9-57) 知，RC 並聯電路的總導納 (Y) 大小及導納角 (θ_Y) 為：

$$Y = \sqrt{G^2 + B_C^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (2\pi f C)^2} \quad (\text{西門子, S})$$

公式
9-58

$$\theta_Y = \tan^{-1} \frac{B_C}{G} = \tan^{-1} 2\pi f C R \quad (\text{度, } ^\circ)$$

公式
9-59

9-5 RC 並聯電路

依上述公式繪出的 RC 並聯電路導納圖，如圖 9-29 所示。

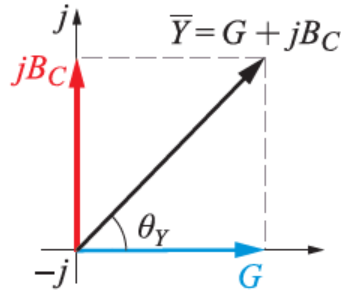


圖 9-29 RC 並聯電路導納圖

發現： RC 並聯電路若已知導納及導納角，亦可按圖 9-29 所示的導納三角關係，依據三角函數公式，求得電導 (G) 與電容納 (B_C) 的大小為：

$$G = Y \cos\theta_Y, \quad B_C = Y \sin\theta_Y$$

9-5 RC 並聯電路

9-5.2 電壓與電流

圖 9-28 之 RC 並聯電路，電路各元件的端電壓等於電源電壓 (\bar{V})，即：

$$\bar{V}_R = \bar{V}_C = \bar{V} = V \angle \theta_v \quad (\text{伏特, V})$$

公式
9-60

則 RC 並聯電路各元件之電流相量式，分別為：

1 電阻電流

$$\begin{aligned} \bar{I}_R &= \frac{\bar{V}}{R} = \frac{V \angle \theta_v}{R \angle 0^\circ} = \frac{V}{R} \angle \theta_v \quad (\text{安培, A}) \\ &= \bar{V} \bar{G} = V \angle \theta_v \times G \angle 0^\circ = VG \angle \theta_v \end{aligned}$$

公式
9-61

9-5 RC 並聯電路

2 電容電流

$$\begin{aligned}\bar{I}_C &= \frac{\bar{V}}{-jX_C} = \frac{V\angle\theta_v}{X_C\angle-90^\circ} = \frac{V}{X_C}\angle\theta_v+90^\circ \quad (\text{安培, A}) \\ &= \bar{V}\bar{B}_C = V\angle\theta_v \times B_C\angle90^\circ = VB_C\angle(\theta_v+90^\circ)\end{aligned}$$

公式
9-62

3 電源電流：依據克希荷夫電流定律（KCL）

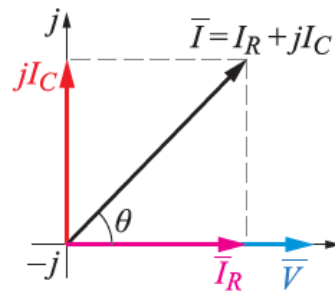
$$\begin{aligned}\bar{I} &= I\angle\theta_i = \bar{I}_R + \bar{I}_C = \bar{V}\bar{G} + \bar{V}\bar{B}_C = \bar{V}(G + jB_C) \quad (\text{安培, A}) \\ &= \bar{V}\bar{Y} = V\angle\theta_v \times Y\angle\theta_Y = VY\angle(\theta_v + \theta_Y)\end{aligned}$$

公式
9-63

9-5 RC 並聯電路

4 相量關係

並聯電路在繪製 $\bar{V}-\bar{I}$ 相量圖時，因 \bar{V} 為共同項，故以 \bar{V} 為基準相量，即設電源電壓 $\bar{V} = V \angle \theta_v = V \angle 0^\circ$ 。
 RC 並聯電路的元件電流與電源電壓之相量關係，如圖 9-30 所示。



1. \bar{I}_R 與 \bar{V} 同相位、
2. \bar{I}_C 超前 \bar{V} 90° 、
3. \bar{I} 超前 \bar{V} θ 角

圖 9-30 RC 並聯電路之 $\bar{V}-\bar{I}$ 相量圖

9-5 RC 並聯電路

圖 9-30 之 $\bar{V} - \bar{I}$ 相量圖為圖 9-29 之導納圖的各相量，同乘以電源電壓 (\bar{V}) 而得，故兩圖的相角相等，即 **RC 並聯電路** 的 $\bar{V} - \bar{I}$ 相位差 (θ) 等於其導納角 (θ_Y)， $|\theta|$ 的角度介於 $0^\circ \sim 90^\circ$ 之間，按圖示知 **RC 並聯電路** 的 \bar{I} 會超前 \bar{V} θ 相位角，而稱為**電容性電路**。依圖 9-30 之相量圖，可求得電源電流 (\bar{I}) 為：

$$\bar{I} = I \angle \theta_i = \bar{I}_R + \bar{I}_C = I_R + jI_C = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} \angle \tan^{-1} \frac{I_C}{I_R} \quad (\text{安培, A})$$

公式
9-64

9-5 RC 並聯電路

由公式 (9-64) 可知，RC 並聯電路的電源電流 (I) 大小及 $\bar{V} - \bar{I}$ 相位差 (θ) 為：

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} \quad (\text{安培, A})$$

公式
9-65

$$\begin{aligned} \theta &= \theta_i - \theta_v = \theta_i = \tan^{-1} \frac{I_C}{I_R} = \tan^{-1} \frac{B_C}{G} = \tan^{-1} \frac{R}{X_C} \quad (\text{度, } ^\circ) \\ &= \tan^{-1} 2\pi fCR = \theta_Y \end{aligned}$$

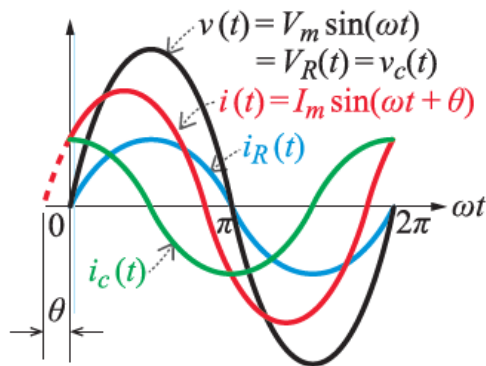
公式
9-66

9-5 RC 並聯電路

發現：反之，若已知電源電流及相位差，亦可由圖 9-30 所示之相量三角關係，依據三角函數公式，求得電阻電流 (I_R) 與電容電流 (I_C) 的大小為： $I_R = I \cos\theta$ ， $I_C = I \sin\theta$

5 波形圖

RC 並聯電路的電壓與電流之相量式，若改以正弦式表示，則波形如圖 9-31 所示：



1. $i_R(t)$ 與 $v(t)$ 同相位
2. $i_C(t)$ 超前 $v(t)$ 90°
3. $i(t)$ 超前 $v(t)$ θ 角

圖 9-31 RC 並聯電路波形圖

9-5 RC 並聯電路

例題 9-9 RC 並聯電路

如右圖所示之 RC 並聯交流電路，若 $R = \frac{1}{3} \Omega$ ，

$C = 0.004 \text{ F}$ ，當接於電源電壓 $v(t) = 10\sqrt{2} \sin(1000t) \text{ V}$

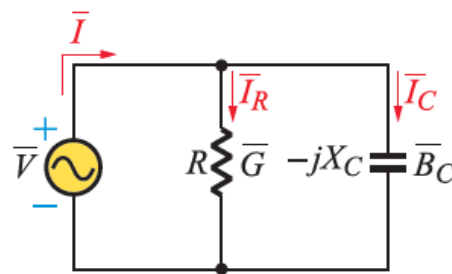
時，試求該電路之：(1) G (2) B_C (3) \bar{Y} (4) \bar{I}_R (5) \bar{I}_C

(6) \bar{I} (7) $i(t)$ (8) $\bar{V} - \bar{I}$ 相位差 (θ) (9) \bar{V} 、 \bar{I}_R 、 \bar{I}_C 與

\bar{I} 相量圖。

解 $\bar{V} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \angle \theta_v = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ = 10 \angle 0^\circ \text{ V}$ ， $\omega = 1000 \text{ rad/s}$

$$(1) G = \frac{1}{R} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3 \text{ S}$$



9-5 RC 並聯電路

解 (2) $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{1000 \times 0.004} = \frac{1}{4} \Omega$; $B_C = \frac{1}{X_C} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4 \text{ S}$

(3) $\bar{Y} = G + jB_C = 3 + j4 \text{ S}$ 或

$$\bar{Y} = \sqrt{G^2 + B_C^2} \angle \tan^{-1} \frac{B_C}{G} = \sqrt{3^2 + 4^2} \angle \tan^{-1} \frac{4}{3} = 5 \angle 53.1^\circ \text{ S}$$

(4) $\bar{I}_R = \bar{V}\bar{G} = 10 \angle 0^\circ \times 3 \angle 0^\circ = 30 \angle 0^\circ \text{ A}$ 或 $\bar{I}_R = \frac{\bar{V}}{R} = \frac{10 \angle 0^\circ}{\frac{1}{3} \angle 0^\circ} = 30 \angle 0^\circ \text{ A}$

(5) $\bar{I}_C = \bar{V}\bar{B}_C = 10 \angle 0^\circ \times 4 \angle 90^\circ = 40 \angle 90^\circ \text{ A}$ 或

$$\bar{I}_C = \frac{\bar{V}}{-jX_C} = \frac{10 \angle 0^\circ}{\frac{1}{4} \angle -90^\circ} = 40 \angle 90^\circ \text{ A}$$

9-5 RC 並聯電路

解 (6) $\bar{I} = I \angle \theta_i = \bar{V}\bar{Y} = 10 \angle 0^\circ \times 5 \angle 53.1^\circ = 50 \angle 53.1^\circ \text{ A}$ 或

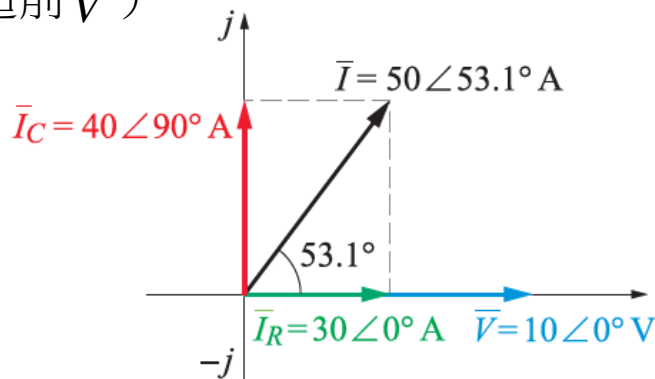
$$\bar{I} = I \angle \theta_i = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} \angle \tan^{-1} \frac{I_C}{I_R} = \sqrt{30^2 + 40^2} \angle \tan^{-1} \frac{40}{30} = 50 \angle 53.1^\circ \text{ A}$$

$$(7) i(t) = I_m \sin(\omega t + \theta_i) = \sqrt{2} \times 50 \sin(1000t + 53.1^\circ)$$

$$= 50\sqrt{2} \sin(1000t + 53.1^\circ) \text{ A}$$

$$(8) \theta = \theta_i - \theta_v = 53.1^\circ - 0^\circ = 53.1^\circ \quad (\bar{I} \text{ 超前 } \bar{V})$$

(9) 相量關係如右圖所示：



9-6 RL 並聯電路

圖 9-32 為電阻 (R) 與電感 (L) 相並聯之電路， RL 並聯電路的阻抗公式為： $\frac{1}{Z} = \frac{1}{R} + \frac{1}{jX_L}$ ，即阻抗：

$$\bar{Z} = \frac{R(jX_L)}{R + (jX_L)} = Z \angle \theta_Z \quad (\text{歐姆}, \Omega)$$

公式
9-67

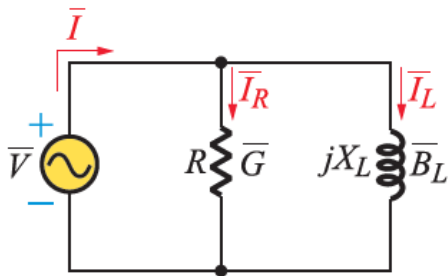


圖 9-32 RL 並聯電路

9-6 RL 並聯電路

9-6.1 導 納

依據前節對導納的定義，則 RL 並聯電路的導納 (\bar{Y}) 公式為：

$$\begin{aligned}\bar{Y} &= \frac{1}{\bar{Z}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{jX_L} = \bar{G} + \bar{B}_L = G - jB_L \quad (\text{西門子, S}) \\ &= \sqrt{G^2 + B_L^2} \angle -\tan^{-1} \frac{B_L}{G} = Y \angle \theta_Y\end{aligned}$$

公式
9-68

9-6 RL 並聯電路

由公式 (9-68) 知， RL 並聯電路的總導納 (Y) 大小及導納角 (θ_Y) 為：

$$Y = \sqrt{G^2 + B_L^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{2\pi fL}\right)^2} \quad (\text{西門子, S})$$

公式
9-69

$$\theta_Y = -\tan^{-1} \frac{B_L}{G} = -\tan^{-1} \frac{R}{2\pi fL} \quad (\text{度, } ^\circ)$$

公式
9-70

9-6 RL 並聯電路

依上述公式繪出的 RL 並聯電路導納圖，
如圖 9-33 所示。

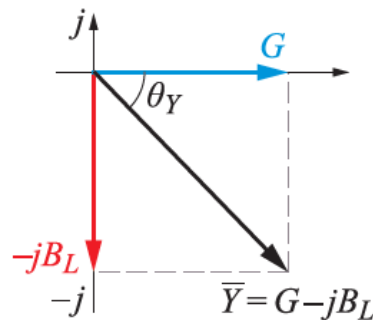


圖 9-33 RL 並聯電路導納圖

發現： RL 並聯電路若已知導納及導納角，亦可按圖示的導納三角關係，依據三角函數公式，求得電導 (G) 與電感納 (B_L) 的大小為：

$$G = Y \cos\theta_Y, \quad B_C = Y \sin\theta_Y$$

9-6 RL 並聯電路

9-6.2 電壓與電流

圖 9-32 之 RL 並聯電路，電路各元件的端電壓等於電源電壓（ \bar{V} ），即：

$$\bar{V}_R = \bar{V}_L = \bar{V} = V \angle \theta_v \quad (\text{伏特, V})$$

公式
9-71

則 RL 並聯電路各元件之電流相量式，分別為：

1 電阻電流

$$\begin{aligned} \bar{I}_R &= \frac{\bar{V}}{R} = \frac{V \angle \theta_v}{R \angle 0^\circ} = \frac{V}{R} \angle \theta_v \quad (\text{安培, A}) \\ &= \bar{V} \bar{G} = V \angle \theta_v \times G \angle 0^\circ = VG \angle \theta_v \end{aligned}$$

公式
9-72

9-6 RL 並聯電路

2 電感電流

$$\begin{aligned}\bar{I}_L &= \frac{\bar{V}}{jX_L} = \frac{V\angle\theta_v}{X_L\angle 90^\circ} = \frac{V}{X_L}\angle\theta_v - 90^\circ && \text{(安培, A)} \\ &= \bar{V}\bar{B}_L = V\angle\theta_v \times B_L\angle -90^\circ = VB_L\angle(\theta_v - 90^\circ)\end{aligned}$$

公式
9-73

3 電源電流：依據克希荷夫電流定律 (KCL)

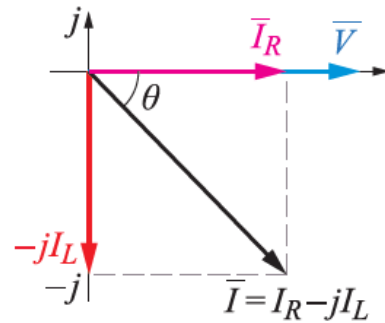
$$\begin{aligned}\bar{I} &= I\angle\theta_i = \bar{I}_R + \bar{I}_L = \bar{V}\bar{G} + \bar{V}\bar{B}_L = \bar{V}(G - jB_L) && \text{(安培, A)} \\ &= \bar{V}\bar{Y} = V\angle\theta_v \times Y\angle\theta_Y = VY\angle(\theta_v + \theta_Y)\end{aligned}$$

公式
9-74

9-6 RL 並聯電路

4 相量關係

並聯電路在繪製 $\bar{V} - \bar{I}$ 相量圖時，因 \bar{V} 為共同項，故以 \bar{V} 為基準相量，即設電源電壓 $\bar{V} = V \angle \theta_v = V \angle 0^\circ$ 。 RL 並聯電路的元件電流與電源電壓的之相量關係，如圖 9-34 所示。



1. \bar{I}_R 與 \bar{V} 同相位
2. \bar{I}_L 落後 \bar{V} 90°
3. \bar{I} 落後 \bar{V} θ 角

圖 9-34 並聯電路之 $\bar{V} - \bar{I}$ 相量圖

9-6 RL 並聯電路

圖 9-34 之 $\bar{V} - \bar{I}$ 相量圖為圖 9-33 之導納圖的各相量，同乘以電源電壓 (\bar{V}) 而得，故兩圖的相角相等，即 RL 並聯電路的 $\bar{V} - \bar{I}$ 相位差 (θ) 等於其導納角 (θ_Y)， $|\theta|$ 的角度介於 $0^\circ \sim 90^\circ$ 之間，按圖示知 RL 並聯電路的 \bar{I} 會落後 \bar{V} θ 相位角，而稱為電感性電路。依圖 9-34 之相量圖，可求得的電源電流 (\bar{I}) 為：

$$\bar{I} = I \angle \theta_i = \bar{I}_R + \bar{I}_L = I_R - jI_L = \sqrt{I_R^2 + I_L^2} \angle -\tan^{-1} \frac{I_L}{I_R} \quad (\text{安培, A})$$

公式
9-75

9-6 RL 並聯電路

由公式 (9-75) 可知， RL 並聯電路的電源電流 (I) 大小及 $\bar{V} - \bar{I}$ 相位差 (θ) 為：

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2} \quad (\text{安培, A})$$

公式
9-76

$$\begin{aligned} \theta &= \theta_i - \theta_v = \theta_i = -\tan^{-1} \frac{I_L}{I_R} = -\tan^{-1} \frac{B_L}{G} \quad (\text{度, } ^\circ) \\ &= -\tan^{-1} \frac{R}{X_L} = -\tan^{-1} \frac{R}{2\pi fL} = \theta_Y \end{aligned}$$

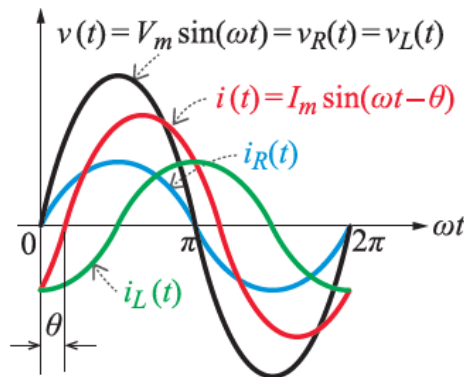
公式
9-77

9-6 RL 並聯電路

發現： RL 並聯電路若已知電源電流及相位差，亦可由圖 9-34 所示之相量三角關係，依據三角函數公式，求得電阻電流 (I_R) 與電感電流 (I_L) 的大小為： $I_R = I \cos\theta$ ， $I_L = I \sin\theta$

5 波形圖

RL 並聯電路的電壓與電流之相量式，若改以正弦式表示，則波形如圖 9-35 所示：



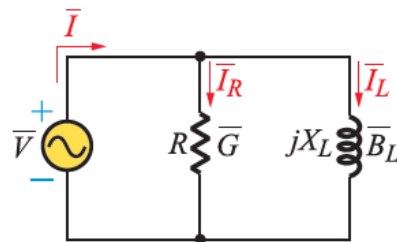
1. $i_R(t)$ 與 $v(t)$ 同相位
2. $i_L(t)$ 落後 $v(t)$ 90°
3. $i(t)$ 落後 $v(t)$ θ 角

圖 9-35 RL 並聯電路波形圖

9-6 RL 並聯電路

例題 9-10 RL 並聯電路

如右圖所示之 RL 並聯交流電路，若 $R = 3 \Omega$ ， $L = 4 \text{ mH}$ ，當接於 $v(t) = 24\sqrt{2} \sin(1000t + 36.9^\circ) \text{ V}$ 之電源電壓時，試求該電路之：(1) G (2) B_L (3) \bar{Y} (4) \bar{I}_R (5) \bar{I}_L (6) \bar{I} (7) $i(t)$ (8) $\bar{V} - \bar{I}$ 相位差 (θ) (9) \bar{V} 、 \bar{I}_R 、 \bar{I}_L 與 \bar{I} 相量圖。



解 $\bar{V} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \angle \theta_v = \frac{24\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \angle 36.9^\circ = 24 \angle 36.9^\circ \text{ V}$ ， $\omega = 1000 \text{ rad/s}$ ，

$$X_L = \omega L = 1000 \times 4 \times 10^{-3} = 4 \Omega$$

$$(1) G = \frac{1}{R} = \frac{1}{3} \text{ S}$$

9-6 RL 並聯電路

解 (2) $B_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{4} \text{ S}$

(3) $Y = G - jB_L = \frac{1}{3} - j\frac{1}{4} \text{ S}$ ，或

$$Y = \sqrt{G^2 + B_L^2} \angle -\tan^{-1} \frac{B_L}{G} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2} \angle -\tan^{-1} \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{3}}$$
$$= \frac{5}{12} \angle -36.9^\circ \text{ S}$$

(4) $\bar{I}_R = \bar{V} \bar{G} = 24 \angle 36.9^\circ \times \frac{1}{3} \angle 0^\circ = 8 \angle 36.9^\circ \text{ A}$ ，或

$$\bar{I}_R = \frac{\bar{V}}{R} = \frac{24 \angle 36.9^\circ}{3 \angle 0^\circ} = 8 \angle 36.9^\circ \text{ A}$$

9-6 RL 並聯電路

解 (5) $I_L = \bar{V} (-j\bar{B}_L) = 24 \angle 36.9^\circ \times \frac{1}{4} \angle -90^\circ = 6 \angle -53.1^\circ \text{ A}$, 或

$$\bar{I}_L = \frac{\bar{V}}{jX_L} = \frac{24 \angle 36.9^\circ}{4 \angle 90^\circ} = 6 \angle -53.1^\circ \text{ A}$$

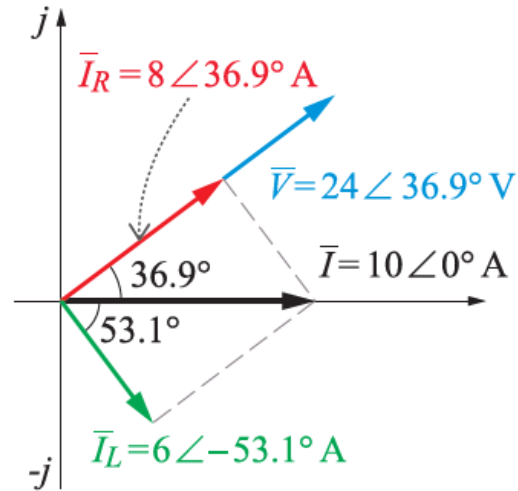
(6) $\bar{I} = I \angle \theta_i = \bar{V} \bar{Y} = 24 \angle 36.9^\circ \times \frac{5}{12} \angle -36.9^\circ = 10 \angle 0^\circ \text{ A}$

(7) $i(t) = I_m \sin(\omega t + \theta_i) = \sqrt{2} \times 10 \sin(1000t) = 10\sqrt{2} \sin(1000t) \text{ A}$

(8) $\theta = \theta_i - \theta_v = 0^\circ - 36.9^\circ = -36.9^\circ$ (\bar{I} 落後 \bar{V})

9-6 RL 並聯電路

解 (9) 相量關係如下圖所示：



9-7 RLC 並聯電路

圖 9-36 為 RLC 並聯電路，電路阻抗的計算式仍如同直流並聯電路般，總阻抗 (\bar{Z}) 的倒數等於各並聯阻抗倒數之和，為：

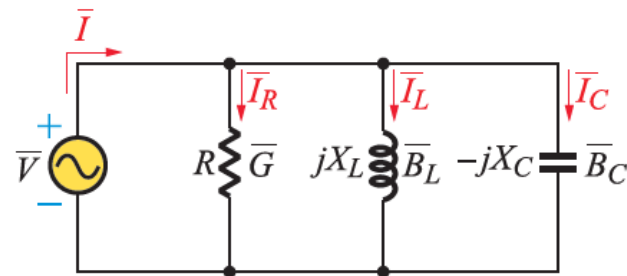


圖 9-36 RLC 並聯電路

$$\frac{1}{\bar{Z}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{\bar{X}_L} + \frac{1}{\bar{X}_C} = \frac{1}{R} + \frac{1}{jX_L} + \frac{1}{-jX_C}$$

公式
9-78

9-7 RLC 並聯電路

9-7.1 導 納

依前節 RL 及 RC 並聯電路對電導 (\bar{G})、電感納 (\bar{B}_L)、電容納 (\bar{B}_C) 及導納 (\bar{Y}) 的定義， RLC 並聯電路可將公式 (9-78) 之並聯阻抗公式，改寫成下列之並聯導納公式，即總導納 (\bar{Y}) 為：

$$\begin{aligned}\bar{Y} &= Y \angle \theta_Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R} + \frac{1}{jX_L} + \frac{1}{-jX_C} && \text{(西門子, S)} \\ &= \bar{G} + \bar{B}_L + \bar{B}_C = G - jB_L + jB_C = G + j(B_C - B_L) \\ &= \sqrt{G^2 + (B_C - B_L)^2} \angle \tan^{-1} \frac{B_C - B_L}{G}\end{aligned}$$

公式
9-79

9-7 RLC 並聯電路

RLC 並聯電路，將電感納與電容納的相量和，合稱為總電納（ \bar{B} ），其相量式為：

$$\bar{B} = \bar{B}_L + \bar{B}_C = (-jB_L) + jB_C = j(B_C - B_L) \quad (\text{西門子, S})$$

公式
9-80

由公式 (9-79) 及公式 (9-80) 知， RLC 並聯電路的總導納（ Y ）及導納角（ θ_Y ）之大小為：

$$Y = \sqrt{G^2 + B^2} = \sqrt{G^2 + (B_C - B_L)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(2\pi fC - \frac{1}{2\pi fL}\right)^2}$$

(西門子, S)

公式
9-81

9-7 RLC 並聯電路

$$\theta_Y = \tan^{-1} \frac{B}{G} = \tan^{-1} \frac{B_C - B_L}{G} \quad (\text{度}, ^\circ)$$

公式

9-82

依導納的相量關係，可分類如下：

- 1 當 $B_C > B_L$ 時，此時總電納 (\bar{B}) 在正虛數 ($+j$) 軸上，導納角 θ_Y 為正 (+) 值，並聯導納的相量關係，如圖 9-37(a) 所示。
- 2 當 $B_C < B_L$ 時，此時總電納 (\bar{B}) 在負虛數 ($-j$) 軸上，導納角 θ_Y 為負 (-) 值，並聯導納的相量關係，如圖 9-37(b) 所示。

9-7 RLC 並聯電路

- 3 當 $B_C = B_L$ 時，此時總電納 (\bar{B}) = 0，總導納 $Y = G$ ，導納角 $\theta_Y = 0^\circ$ ，並聯導納的相量關係，如圖 9-37(c) 所示。

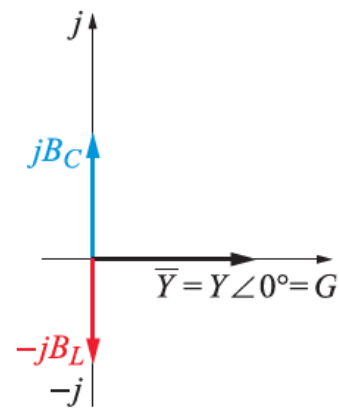
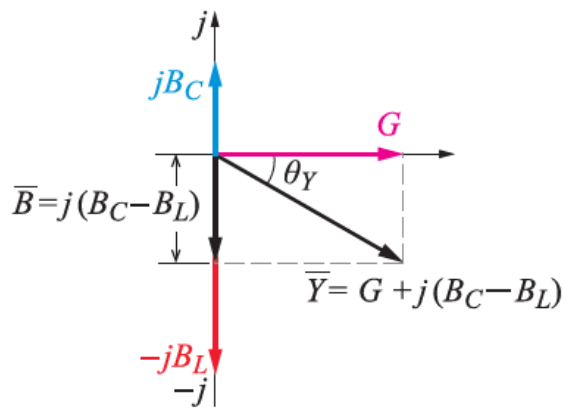
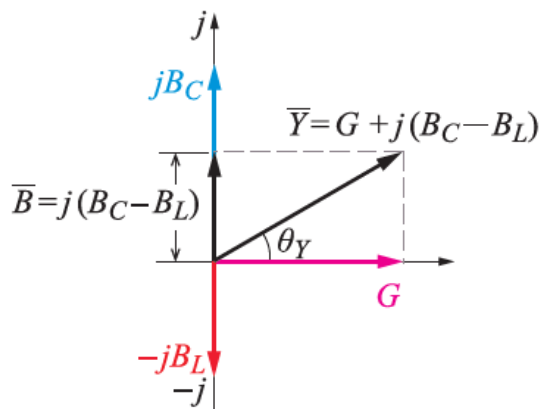


圖 9-37 RLC 並聯電路導納圖

9-7 RLC 並聯電路

發現： RLC 並聯電路若已知總導納及導納角，亦可由圖9-37 所示之導納三角關係，依據三角函數公式，求得電導 (G) 與總電納 (B) 的大小為： $G = Y \cos\theta_Y$ ， $B = B_C - B_L = Y \sin\theta_Y$

9-7.2 電壓與電流

如圖 9-36 所示之 RLC 並聯電路，各元件的端電壓等於電源電壓 (\bar{V})，即：

$$\bar{V}_R = \bar{V}_C = \bar{V}_L = \bar{V} = V \angle \theta_v \quad (\text{伏特, V})$$

公式
9-83

9-7 RLC 並聯電路

則 RLC 並聯電路的各元件之電流相量式，分別為：

1 電阻電流

$$\begin{aligned}\bar{I}_R &= \frac{\bar{V}}{R} = \frac{V \angle \theta_v}{R \angle 0^\circ} = \frac{V}{R} \angle \theta_v \quad (\text{安培, A}) \\ &= \bar{V} \bar{G} = V \angle \theta_v \times G \angle 0^\circ = VG \angle \theta_v\end{aligned}$$

公式
9-84

2 電感電流

$$\begin{aligned}\bar{I}_L &= \frac{\bar{V}}{jX_L} = \frac{V \angle \theta_v}{X_L \angle 90^\circ} = \frac{V}{X_L} \angle \theta_v - 90^\circ \quad (\text{安培, A}) \\ &= \bar{V} \bar{B}_L = V \angle \theta_v \times B_L \angle -90^\circ = VB_L \angle (\theta_v - 90^\circ)\end{aligned}$$

公式
9-85

9-7 RLC 並聯電路

3 電容電流

$$\begin{aligned}\bar{I}_C &= \frac{\bar{V}}{-jX_C} = \frac{V\angle\theta_v}{X_C\angle-90^\circ} = \frac{V}{X_C}\angle\theta_v+90^\circ \quad (\text{安培, A}) \\ &= \bar{V}\bar{B}_C = V\angle\theta_v \times B_C\angle90^\circ = VB_C\angle(\theta_v+90^\circ)\end{aligned}$$

公式
9-86

4 電源電流：依據克希荷夫電流定律 (KCL)

$$\begin{aligned}\bar{I} &= I\angle\theta_i = \bar{I}_R + \bar{I}_L + \bar{I}_C = \bar{V}\bar{G} + \bar{V}\bar{B}_L + \bar{V}\bar{B}_C = \bar{V}[G + j(B_C - B_L)] \\ &= \bar{V}\bar{Y} = V\angle\theta_v \times Y\angle\theta_Y = VY\angle(\theta_v + \theta_Y) \quad (\text{安培, A})\end{aligned}$$

公式
9-87

9-7 RLC 並聯電路

5 相量關係

並聯電路在繪製 $\bar{V} - \bar{I}$ 相量圖時，因 \bar{V} 為共同項，故分析電路時會以 \bar{V} 為基準相量，即設電源電壓為 $\bar{V} = V \angle \theta_v = V \angle 0^\circ$ 。 RLC 並聯電路因其 \bar{I}_R 與 \bar{V} 同相位、 \bar{I}_L 落後 \bar{V} 90° 相位角、 \bar{I}_C 超前 \bar{V} 90° 相位角，則各元件電流與電源電壓的相量關係，如圖 9-38 所示。

9-7 RLC 並聯電路

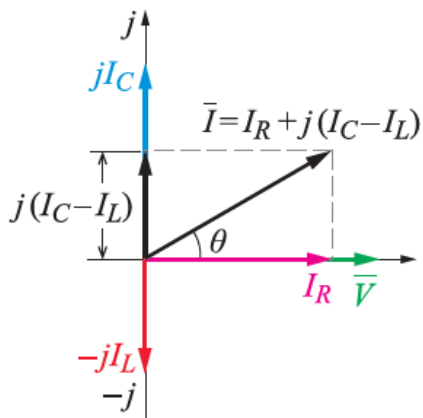
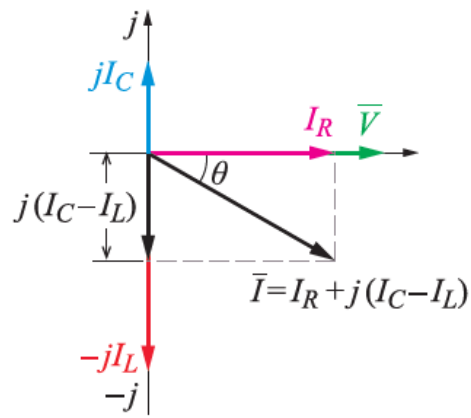
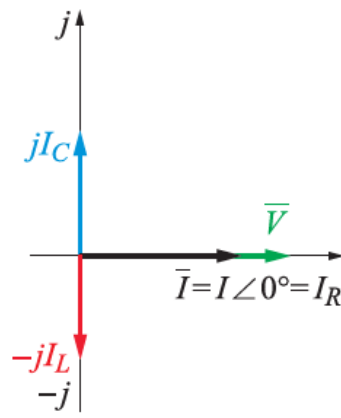
(a) 電容性電路 ($I_C > I_L$)(b) 電感性電路 ($I_C < I_L$)(c) 電阻性電路 ($I_C = I_L$)

圖 9-38 RLC 並聯電路之 \bar{V} - \bar{I} 相量圖

9-7 RLC 並聯電路

圖 9-38 之 $\bar{V} - \bar{I}$ 相量圖為圖 9-37 之導納圖的各相量，同乘以端電壓 (\bar{V}) 而得，故兩圖的相角相等，即 RLC 並聯電路的 $\bar{V} - \bar{I}$ 相位差 (θ) 等於其導納角 (θ_Y)。 RLC 並聯電路依圖 9-38 之相量圖，可求得的電源電流 (\bar{I}) 為：

$$\begin{aligned}\bar{I} &= I \angle \theta_i = \bar{I}_R + \bar{I}_L + \bar{I}_C = I_R + j(I_C - I_L) \quad (\text{安培, A}) \\ &= \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2} \angle \tan^{-1} \frac{I_C - I_L}{I_R}\end{aligned}$$

公式
9-88

9-7 RLC 並聯電路

由公式 (9-88) 可知， RLC 並聯電路的電源電流 (I) 大小及 $\bar{V} - \bar{I}$ 相位差 (θ) 為：

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2} \quad (\text{安培, A})$$

公式
9-89

$$\theta = \theta_i - \theta_v = \theta_i = \tan^{-1} \frac{I_C - I_L}{I_R} = \tan^{-1} \frac{B_C - B_L}{G} = \theta_Y \quad (\text{度, } ^\circ)$$

公式
9-90

9-7 RLC 並聯電路

9-7.3 電路特性

RLC 並聯電路，依電路元件的電納值，可分類為：

1 電容性電路

指電納值 $B_C > B_L$ ，即 $X_C < X_L$ 時，因各元件的端電壓等於電源電壓 (\bar{V})，則 $I_C > I_L$ ，若設定 $\bar{V} = V \angle 0^\circ$ ，則總電抗電流 $j(I_C - I_L)$ 會在相量圖的正虛數 ($+j$) 軸上，致使 \bar{I} 的相位會超前 \bar{V} θ 角， $\bar{V} - \bar{I}$ 相位差 (θ) 為正角，相量關係如圖 9-38(a) 所示，電路特性如同 RC 並聯電路。

9-7 RLC 並聯電路

2 電感性電路

指電納值 $B_C < B_L$ ，即 $X_C > X_L$ 時，因各元件的端電壓等於電源電壓 (\bar{V})，則 $I_C < I_L$ ，若設定 $\bar{V} = V \angle 0^\circ$ ，則總電抗電流 $j(I_C - I_L)$ 會在相量圖的負虛數 ($-j$) 軸上，致使 \bar{I} 的相位會落後 \bar{V} θ 角， $\bar{V} - \bar{I}$ 相位差 (θ) 為負角，相量關係如圖 9-38(b) 所示，電路特性如同 RL 並聯電路。

3 電阻性電路

指電納值 $B_C = B_L$ ，即 $X_L = X_C$ 時，因各元件的端電壓等於電源電壓 (\bar{V})，則總電抗電流 $j(I_C - I_L) = 0$ ，使得 $\bar{I} = \bar{I}_R$ ，且 \bar{I} 與 \bar{V} 同相位， $\bar{V} - \bar{I}$ 相位差 $\theta = 0^\circ$ ，相量關係如圖 9-38(C) 所示，電路呈並聯諧振 (**parallel resonance**) 特性。

9-7 RLC 並聯電路

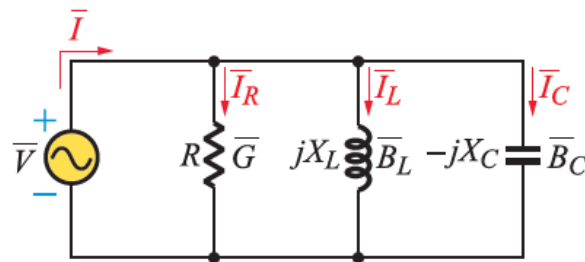
例題 9-11 RLC 並聯電路 (一)

如右圖所示之 RLC 並聯電路，若 $R = \frac{1}{3} \Omega$ ，

$L = \frac{1}{8} \text{ mH}$ ， $C = \frac{1}{250} \text{ F}$ ，當接於 $v(t) =$

$2\sqrt{2} \sin(1000t + 30^\circ) \text{ V}$ 之電源電壓時，試求電

路之：(1) \bar{V} (2) \bar{I}_R (3) \bar{I}_L (4) \bar{I}_C (5) \bar{I} (6) $i(t)$ (7) $\bar{V} - \bar{I}$ 相位差 (θ)。



解 $\bar{V} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \angle \theta_v = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \angle 30^\circ = 2 \angle 30^\circ \text{ V}$ ， $\omega = 1000 \text{ rad/s}$ ，

$$\bar{G} = \frac{1}{R} = \frac{1}{\frac{1}{3} \angle 0^\circ} = 3 \angle 0^\circ \text{ S}$$

9-7 RLC 並聯電路

解 $jX_L = j\omega L = j1000 \times \frac{1}{8} \times 10^{-3} = j\frac{1}{8} \Omega$, $\bar{B}_L = \frac{1}{jX_L} = \frac{1}{j\frac{1}{8}} = 8 \angle -90^\circ \text{ S}$

$$-jX_C = -j\frac{1}{\omega C} = -j\frac{1}{1000 \times \frac{1}{250}} = -j\frac{250}{1000} = -j\frac{1}{4} \Omega$$

$$\bar{B}_C = \frac{1}{-jX_C} = \frac{1}{-j\frac{1}{4}} = 4 \angle 90^\circ \text{ S}$$

$$\begin{aligned} (1) \bar{Y} &= \sqrt{G^2 + (B_C - B_L)^2} \angle \tan^{-1} \frac{B_C - B_L}{G} \\ &= \sqrt{3^2 + (4 - 8)^2} \angle \tan^{-1} \frac{4 - 8}{3} = 5 \angle -53.10^\circ \text{ S} \end{aligned}$$

9-7 RLC 並聯電路

解 (2) $\bar{I}_R = \bar{V} \bar{G} = 2 \angle 30^\circ \times 3 \angle 0^\circ = 6 \angle 30^\circ \text{ A}$ 或 $\bar{I}_R = \frac{\bar{V}}{R} = \frac{2 \angle 30^\circ}{\frac{1}{3} \angle 0^\circ} = 6 \angle 30^\circ \text{ A}$

(3) $\bar{I}_L = \bar{V} \bar{B}_L = 2 \angle 30^\circ \times 8 \angle -90^\circ = 16 \angle -60^\circ \text{ A}$ ，或

$$\bar{I}_L = \frac{\bar{V}}{jX_L} = \frac{2 \angle 30^\circ}{\frac{1}{8} \angle 90^\circ} = 16 \angle -60^\circ \text{ A}$$

(4) $\bar{I}_C = \bar{V} \bar{B}_C = 2 \angle 30^\circ \times 4 \angle 90^\circ = 8 \angle 120^\circ \text{ A}$ ，或

$$\bar{I}_C = \frac{\bar{V}}{-jX_C} = \frac{2 \angle 30^\circ}{\frac{1}{4} \angle -90^\circ} = 8 \angle 120^\circ \text{ A}$$

(5) $\bar{I} = \bar{V} \bar{Y} = 2 \angle 30^\circ \times 5 \angle -53.1^\circ = 10 \angle -23.1^\circ \text{ A}$

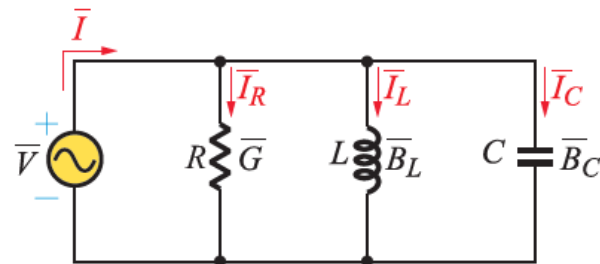
(6) $i(t) = I_m \sin(\omega t + \theta_i) = \sqrt{2} \times 10 \sin(1000t - 23.1^\circ) = 10\sqrt{2} \sin(1000t - 23.1^\circ) \text{ A}$

(7) $\theta = \theta_i - \theta_v = (-23.1^\circ) - 30^\circ = -53.1^\circ$ (\bar{I} 落後 \bar{V} 為電感性電路)。

9-7 RLC 並聯電路

例題 9-12 RLC 並聯電路 (二)

如右圖所示之 RLC 並聯電路，若 $R = 1 \Omega$ 、 $L = 1 \text{ mH}$ 、總導納 $\bar{Y} = \sqrt{2} \angle 45^\circ \text{ S}$ ，電源電壓 $v(t) = 1 \sin(1000t + 30^\circ) \text{ V}$ ，試求電路之電容量 C 為何？



解 $\bar{V} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \angle \theta_v = \frac{1}{\sqrt{2}} \angle 30^\circ \text{ V}$ ， $\omega = 1000 \text{ rad/s}$ ，

$$\bar{Y} = Y \angle \theta_Y = \sqrt{2} \angle 45^\circ \text{ S}，G = \frac{1}{R} = \frac{1}{1 \angle 0^\circ} = 1 \angle 0^\circ \text{ S}$$

9-7 RLC 並聯電路

解 $jX_L = j\omega L = j1000 \times 1 \times 10^{-3} = j1 \Omega$, $\bar{B}_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{j1} = 1 \angle -90^\circ \text{ S}$

$$\bar{B} = j(B_C - B_L) = j(B_C - 1) = j(Y \sin\theta_Y) = j(\sqrt{2} \times \sin 45^\circ) = 1 \angle 90^\circ \text{ S}$$

$$\therefore B_C = 2 \text{ S} , \text{ 或}$$

$$Y = \sqrt{G^2 + (B_C - B_L)^2} = \sqrt{1^2 + (B_C - 1)^2} = \sqrt{2} \quad \therefore B_C = 2 \text{ S}$$

$$B_C = \frac{1}{X_C} = \omega C = 1000 \times C = 2 \text{ S} \quad \therefore C = 2 \text{ mF}$$

9-7 RLC 並聯電路

9-7.4 分流定則

如圖 9-39 所示之交流並聯電路，因跨於每一元件的端電壓等於電源電壓 (\bar{V})，依據歐姆定律，得知：

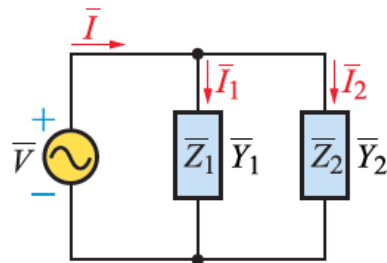


圖 9-39 交流並聯電路

$$\bar{V} = \frac{\bar{I}}{Y_T} = \frac{\bar{I}_1}{Y_1} = \frac{\bar{I}_2}{Y_2} = \bar{I} \bar{Z}_T = \bar{I}_1 \bar{Z}_1 = \bar{I}_2 \bar{Z}_2 \quad (\text{伏特, V})$$

公式
9-91

9-7 RLC 並聯電路

因並聯電路總導納 (\bar{Y}_T) 及總阻抗 (\bar{Z}_T) 為：

$$\bar{Y}_T = \bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 \quad (\text{西門子, S})$$

公式
9-92

$$\bar{Z}_T = \frac{\bar{Z}_1 \bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} \quad (\text{歐姆, } \Omega)$$

公式
9-93

9-7 *RLC* 並聯電路

將公式 (9-92) 及公式 (9-93) 代入公式 (9-91) ，可比較得知並聯電路的分路電流分別為：

$$\begin{aligned}\bar{I}_1 &= \bar{I} \left(\frac{\bar{Y}_1}{\bar{Y}_T} \right) = \bar{I} \left(\frac{\bar{Y}_1}{\bar{Y}_1 + \bar{Y}_2} \right) \quad (\text{安培, A}) \\ &= \bar{I} \left(\frac{\bar{Z}_T}{\bar{Z}_1} \right) = \bar{I} \left(\frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} \right)\end{aligned}$$

公式
9-94

9-7 RLC 並聯電路

$$\begin{aligned}\bar{I}_2 &= \bar{I} - \bar{I}_1 = \bar{I} \left(\frac{\bar{Y}_2}{\bar{Y}_T} \right) = \bar{I} \left(\frac{\bar{Y}_2}{\bar{Y}_1 + \bar{Y}_2} \right) \quad (\text{安培, A}) \\ &= \bar{I} \left(\frac{\bar{Z}_T}{\bar{Z}_2} \right) = \bar{I} \left(\frac{\bar{Z}_1}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} \right)\end{aligned}$$

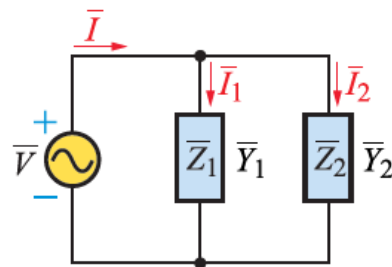
公式
9-95

由上列二式知，交流電路的並聯分流公式，係與直流電路的並聯分流公式相同，只是在運算上因導納或阻抗為相量式，而須採複數運算。

9-7 RLC 並聯電路

例題 9-13 並聯電路之分流定則

如右圖所示之並聯電路，設並聯阻抗 $\bar{Z}_1 = 3 + j4 \Omega$ ， $\bar{Z}_2 = 10 \angle 53.1^\circ \Omega$ ，若電源電流 $\bar{I} = 12 \angle 0^\circ \text{ A}$ ，試求該電路之：(1) \bar{I}_1 (2) \bar{I}_2 (3) \bar{V} (4) $\bar{V} - \bar{I}$ 相位差 (θ)。



解 $\bar{I} = I \angle \theta_i = 12 \angle 0^\circ \text{ A}$

$$\bar{Z}_1 = 3 + j4 = \sqrt{3^2 + 4^2} \angle \tan^{-1} \frac{4}{3} = 5 \angle 53.1^\circ \Omega$$

$$\bar{Z}_2 = 10 \angle 53.1^\circ = 10(\cos 53.1^\circ + j \sin 53.1^\circ) = 6 + j8 \Omega$$

依並聯電路分流定則，知

9-7 RLC 並聯電路

解 (1) $\bar{I}_1 = \bar{I} \times \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} = 12 \angle 0^\circ \times \frac{10 \angle 53.1^\circ}{(3 + j4) + (6 + j8)}$

$$= 12 \angle 0^\circ \times \frac{10 \angle 53.1^\circ}{15 \angle 53.1^\circ} = 8 \angle 0^\circ \text{ A}$$

(2) $\bar{I}_2 = \bar{I} - \bar{I}_1 = 12 \angle 0^\circ - 8 \angle 0^\circ = 4 \angle 0^\circ \text{ A}$

(3) $\bar{V} = \bar{I}_1 \bar{Z}_1 = 8 \angle 0^\circ \times 5 \angle 53.1^\circ = 40 \angle 53.1^\circ \text{ V}$

(4) $\theta = \theta_i - \theta_v = 0^\circ - 53.1^\circ = -53.1^\circ$ (\bar{I} 落後 \bar{V} 為電感性電路)。

9-7 RLC 並聯電路



微波爐

在追求快速的現代社會，隨著生活步調的加快，食物烹煮的方法也儘可能的快速便利，因此微波爐（microwave oven）與電磁爐（induction cooker）的使用已是非常普遍。

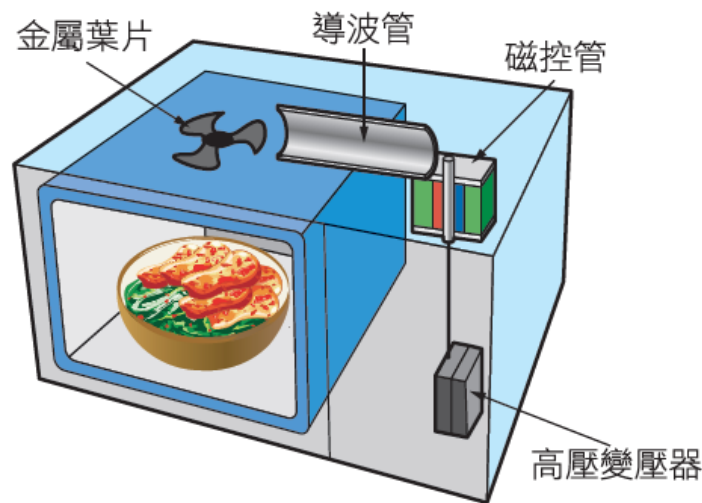


圖 (1) 微波爐構造圖

9-7 *RLC* 並聯電路

微波爐的加熱原理，可見圖 (1) 所示，右上方有一產生微波的元件稱為磁控管（magnetron），當磁控管受到電流衝擊後就會產生振動的微波，此振動微波透過金屬導波管傳至金屬葉片攪拌器，並透過攪拌器將微波均勻的散發至微波爐爐室之金屬內壁上，經不斷反射直至微波與食品中的水分子產生共鳴。

微波爐產生的微波功率介於600 W~2000 W之間，其磁控管發射的微波頻率為2450 MHz，換算出的微波波長約為122 mm，則置於微波爐爐室的食品水分子，會以每秒鐘24.5 億次的變化頻率進行振盪，水分子因此快速旋轉並相互碰撞、磨擦而產生熱能，這種振盪產生的熱能，在食品的內外各部分幾乎是同時發生，食品就是透過此磨擦熱能而在很短的時間內，把整份食物加熱煮熟。

9-7 RLC 並聯電路

電磁爐

電磁爐的加熱原理，可見圖 (2) 所示之構造圖，其加熱原理主要是利用電磁感應加熱（induction heating）的技術，先由電磁爐內的「橋式整流器」將插座上的交流電整流成直流電，再藉由「功率晶體」將直流電變流成頻率約 $20\text{ kHz}\sim 27\text{ kHz}$ 的高週波電流，流經「陶瓷面板」下的「電磁線圈」。

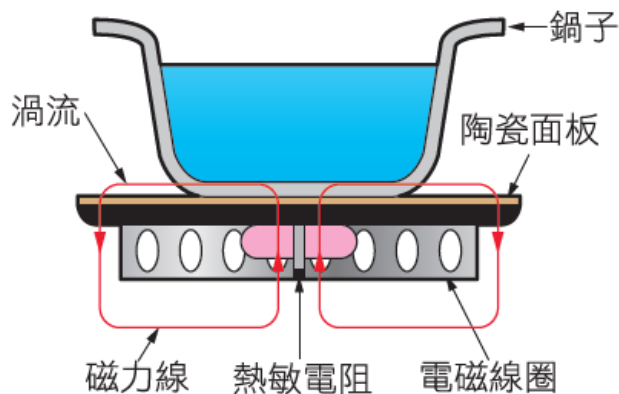


圖 (2) 電磁爐構造圖

9-7 *RLC* 並聯電路

高週波電流依頻率的變化，電流每秒鐘會有兩萬次以上的方向改變，導致由電磁線圈產生的磁力線，其方向也跟著改變，放置在這個交變磁場上的鐵質鍋具，其鍋底因而受到交變磁場的感應，會以下列兩種物理現象在鐵質鍋具內轉化成熱能：

1. 渦電流：交變磁場使鐵質鍋底產生感應渦電流（**eddy current**），此渦電流會受阻於鐵質鍋底的內電阻而轉化為熱能。
2. 磁滯損：交變磁場在不停改變鐵質鍋底的磁場方向時，會造成能量損失而化成熱能。

在上述的兩種熱源中，電磁爐主要是以渦電流所產生的熱能為主，磁滯損所產生的熱能會少於 10%。因為電磁爐是以電磁感應使鍋具產生熱，所以選用的鍋具其鍋底能吸住磁鐵的，就能適用在電磁爐，常見的鍋具有不鏽鋼鍋、不鏽鋼壺、平底鍋、彩色鍋；不適用的有陶鍋、陶磁壺、「圓底」鐵鍋、耐熱玻璃鍋、鋁鍋、鋁壺等。

9-8 RLC 串並聯電路

9-8.1 串聯電路轉換並聯等效電路

圖 9-40(a) 為電阻 (\bar{R}_s) 與電抗 (\bar{X}_s) 相串聯之電路，電抗是電感抗時取 $+jX_s$ ，是電容抗時取 $-jX_s$ ，則串聯電路的阻抗 (\bar{Z}_s) 為：

$$\bar{Z}_s = \bar{R}_s + \bar{X}_s = R_s \pm jX_s$$

串聯電路的導納 (\bar{Y}_s) 為串聯電路的阻抗 (\bar{Z}_s) 之倒數，是電導 (\bar{G}_s) 與電納 (\bar{B}_s) 的相量和，其關係式為：

9-8 RLC 串並聯電路

$$\begin{aligned}\bar{Y}_S &= \frac{1}{\bar{Z}_S} = \frac{1}{R_S \pm jX_S} = \frac{1}{R_S \pm jX_S} \times \frac{R_S \mp jX_S}{R_S \mp jX_S} \\ &= \frac{R_S}{R_S^2 + X_S^2} \mp j \frac{X_S}{R_S^2 + X_S^2} = G_S \mp jB_S\end{aligned}$$

註 $-jB_S$ 為串聯電路電感納， $+jB_S$ 為串聯電路電容納

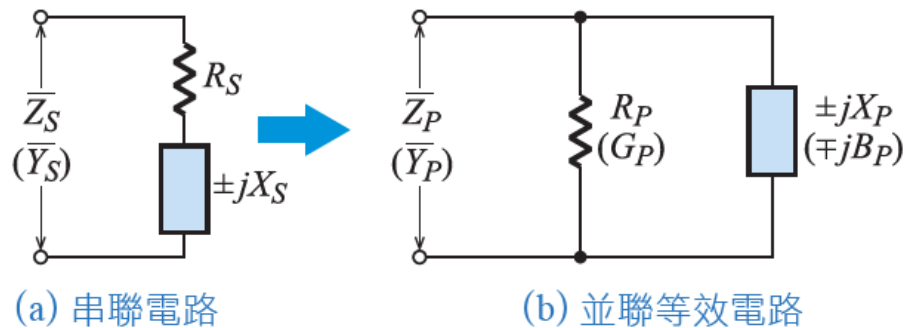


圖 9-40 串聯電路轉換並聯等效電路

9-8 *RLC* 串並聯電路

將圖 9-40(a) 所示之串聯電路，轉換成圖 9-40(b) 所示之並聯等效電路，則轉換前串聯電路的導納 (\bar{Y}_S)，需與轉換後並聯電路的導納 (\bar{Y}_P) 相等，即應合乎下列關係：

$$\bar{Y}_P = G_P \mp jB_P = \bar{Y}_S = G_S \mp jB_S = \frac{R_S}{R_S^2 + X_S^2} \mp j \frac{X_S}{R_S^2 + X_S^2}$$

9-8 RLC 串並聯電路

經由上式比較可得，並聯等效電路之電導 (G_P) 或電阻 (R_P) 為：

$$G_P = \frac{R_S}{R_S^2 + X_S^2} = \frac{1}{R_P} \Rightarrow R_P = \frac{R_S^2 + X_S^2}{R_S} \quad (\text{歐姆}, \Omega)$$

公式
9-96

並聯等效電路之電納 (B_P) 或電抗 (X_P) 為：

$$B_P = \frac{X_S}{R_S^2 + X_S^2} = \frac{1}{X_P} \Rightarrow X_P = \frac{R_S^2 + X_S^2}{X_S} \quad (\text{歐姆}, \Omega)$$

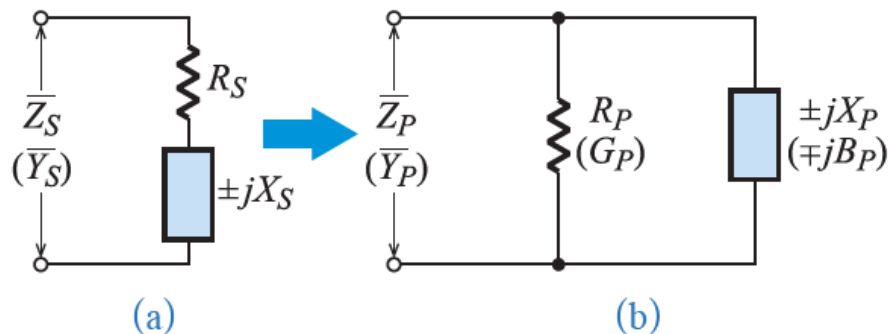
公式
9-97

9-8 RLC 串並聯電路

例題 9-14 串聯電路轉換並聯等效電路

如下圖(a)所示之串聯電路，電路之 $R_S = 2 \Omega$ ， $\bar{X}_S = j4 \Omega$ ，若將其轉換成圖(b)所示之並聯等效電路，試求該電路之

(1) R_P (2) \bar{X}_P (3) G_P (4) \bar{B}_P 。



9-8 RLC 串並聯電路

解 (1) $R_P = \frac{R_S^2 + X_S^2}{R_S} = \frac{2^2 + 4^2}{2} = 10 \Omega$

(2) $\bar{X}_P = j \frac{R_S^2 + X_S^2}{X_S} = j \frac{2^2 + 4^2}{4} = j5 \Omega$

(3) $G_P = \frac{1}{R_P} = \frac{1}{10} = 0.1 \text{ S}$

(4) $\bar{B}_P = \frac{1}{\bar{X}_P} = \frac{1}{j5} = -j0.2 \text{ S} \circ$

9-8 RLC 串並聯電路

9-8.2 並聯電路轉換串聯等效電路

圖 9-41(a) 為電導 (\bar{G}_P) 與電納 (\bar{B}_P) 相並聯之電路，電納是電感納時取 $-jB_P$ ，是電容納時取 $+jB_P$ ，則並聯電路的導納 (\bar{Y}_P) 為： $\bar{Y}_P = G_P \mp jB_P$

並聯電路的阻抗 (\bar{Z}_P) 為並聯電路的導納 (\bar{Y}_P) 之倒數，是電阻 (\bar{R}_P) 與電抗 (\bar{X}_P) 的相量和，其關係式為：

$$\begin{aligned}\bar{Z}_P &= \frac{1}{\bar{Y}_P} = \frac{1}{G_P \mp jB_P} = \frac{1}{G_P \mp jB_P} \times \frac{G_P \pm jB_P}{G_P \pm jB_P} \\ &= \frac{G_P}{G_P^2 + B_P^2} \pm j \frac{B_P}{G_P^2 + B_P^2} = R_P \pm jX_P\end{aligned}$$



+jX_P 為並聯電路電感抗，-jX_P 為並聯電路電容抗

9-8 RLC 串並聯電路

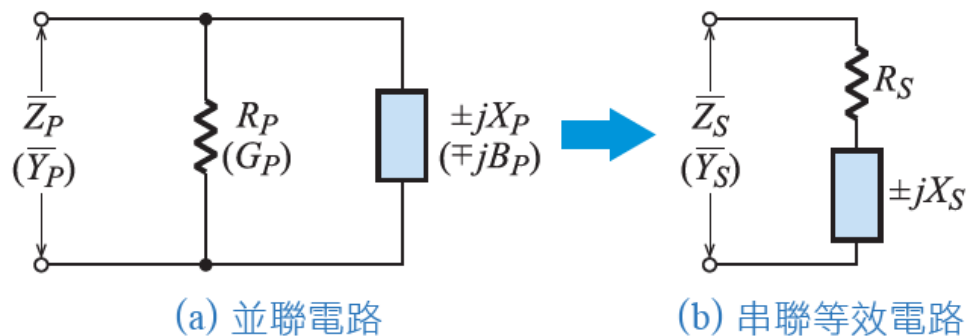


圖 9-41 並聯電路轉換成串聯等效電路

將圖 9-41(a) 所示之並聯電路，轉換成圖 9-41(b) 所示之串聯等效電路，則轉換前並聯電路的阻抗（ \bar{Z}_P ），需與轉換後串聯電路的阻抗（ \bar{Z}_S ）相等，即應

$$\text{合乎下列關係： } \bar{Z}_S = R_S \pm jX_S = \bar{Z}_P = R_P \pm jX_P = \frac{G_P}{G_P^2 + B_P^2} \pm j \frac{B_P}{G_P^2 + B_P^2}$$

9-8 RLC 串並聯電路

經由上式比較可得，串聯等效電路之電阻 (R_S) 及電抗 (X_S) 為：

$$R_S = \frac{G_P}{G_P^2 + B_P^2} = \frac{R_P X_P^2}{R_P^2 + X_P^2} \quad (\text{歐姆}, \Omega)$$

公式
9-98

$$X_S = \frac{B_P}{G_P^2 + B_P^2} = \frac{R_P^2 X_P}{R_P^2 + X_P^2} \quad (\text{歐姆}, \Omega)$$

公式
9-99

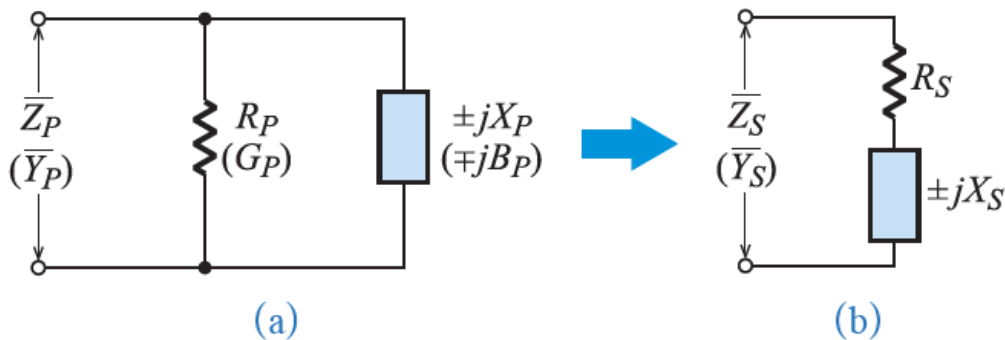
註 $(G_P = \frac{1}{R_P}, B_P = \frac{1}{X_P})$

9-8 RLC 串並聯電路

例題 9-15 並聯電路轉換串聯等效電路

如下圖(a)所示之並聯電路，電路之 $G_P = \frac{1}{10} \text{ S}$ ， $\bar{B}_P = -j\frac{1}{5} \text{ S}$ ，若將其轉換成圖 (b) 所示之串聯等效電路，試求該電路之

(1) R_S (2) X_S 。



9-8 RLC 串並聯電路

解 $R_P = \frac{1}{G_P} = \frac{1}{\frac{1}{10}} = 10 \Omega$, $X_P = \frac{1}{B_P} = \frac{1}{\frac{1}{5}} = 5 \Omega$

$$(1) R_S = \frac{R_P X_P^2}{R_P^2 + X_P^2} = \frac{10 \times 5^2}{10^2 + 5^2} = 2 \Omega$$

$$(2) X_S = \frac{R_P^2 X_P}{R_P^2 + X_P^2} = \frac{10^2 \times 5}{10^2 + 5^2} = 4 \Omega \circ$$

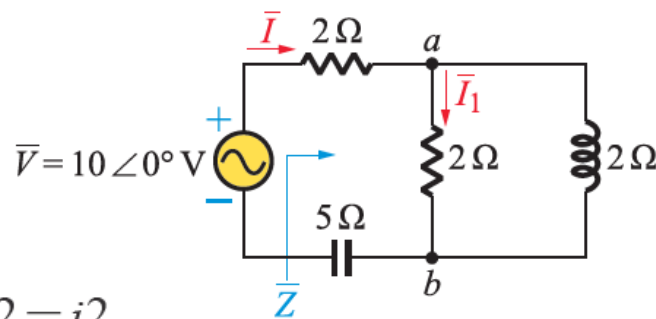
9-8 RLC 串並聯電路

9-8.3 RLC 串並聯電路

例題 9-16 RLC 串並聯電路 (一)

如右圖所示之電路，試求該電路之：

- (1) \bar{Z} (2) \bar{I}
 (3) \bar{I}_1 (4) \bar{V}_{ab} 。



解 (1) $\bar{Z}_{ab} = 2 // j2 = \frac{2 \times j2}{2 + j2} = \frac{j4}{2 + j2} \times \frac{2 - j2}{2 - j2}$

$$= \frac{8 + j8}{8} = 1 + j1 = \sqrt{2} \angle 45^\circ \Omega$$

$$\bar{Z} = 2 + (1 + j1) - j5 = 3 - j4 = 5 \angle -53.1^\circ \Omega$$

9-8 *RLC* 串並聯電路

解 (2) $\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}} = \frac{10 \angle 0^\circ}{5 \angle -53.1^\circ} = 2 \angle 53.1^\circ \text{ A}$

(3) $\bar{I}_1 = \bar{I} \times \frac{j2}{2+j2} = 2 \angle 53.1^\circ \times \frac{2 \angle 90^\circ}{2\sqrt{2} \angle 45^\circ} = \sqrt{2} \angle 98.1^\circ \text{ A}$

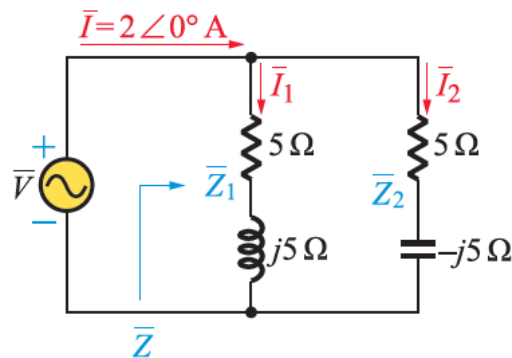
(4) $\bar{V}_{ab} = \bar{I} \bar{Z}_{ab} = 2 \angle 53.1^\circ \times \sqrt{2} \angle 45^\circ = 2\sqrt{2} \angle 98.1^\circ \text{ V}$ ，或
 $= \bar{I}_1 \times 2 = \sqrt{2} \angle 98.1^\circ \times 2 = 2\sqrt{2} \angle 98.1^\circ \text{ V}$ 。

9-8 RLC 串並聯電路

例題 9-17 RLC 串並聯電路 (二)

如右圖所示之電路，試求該電路之：

- (1) \bar{Z} (2) \bar{V}
 (3) \bar{I}_1 (4) \bar{I}_2



解 $\bar{I} = 2 \angle 0^\circ \text{A}$, $\bar{Z}_1 = 5 + j5 = 5\sqrt{2} \angle 45^\circ \Omega$,

$$\bar{Z}_2 = 5 - j5 = 5\sqrt{2} \angle -45^\circ \Omega$$

$$(1) \bar{Z} = (5 + j5) // (5 - j5) = \frac{(5 + j5) \times (5 - j5)}{(5 + j5) + (5 - j5)} = \frac{25 + 25}{10} = 5 \angle 0^\circ \Omega ,$$

9-8 RLC 串並聯電路

解 (2) $\bar{V} = \bar{I} \bar{Z} = 2 \angle 0^\circ \times 5 \angle 0^\circ = 10 \angle 0^\circ \text{ V}$

(3) $\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}_1} = \frac{10 \angle 0^\circ}{5\sqrt{2} \angle 45^\circ} = \sqrt{2} \angle -45^\circ \text{ A}$

(4) $\bar{I}_2 = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}_2} = \frac{10 \angle 0^\circ}{5\sqrt{2} \angle -45^\circ} = \sqrt{2} \angle 45^\circ \text{ A} \circ$